ISSN: 2146 - 9466
www.ijtase.net
International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education – 2021, volume 10, issue 5, Special Issue.

ÜÇ BOYUTLU ÖKLİD UZAYINDA DÜZLEME AİT KAVRAM İMAJLARININ İNCELENMESİ[1]

AN INVESTIGATION OF THE CONCEPT IMAGES ON THE PLANE IN THREE DIMENSIONAL EUCLIDEAN SPACE

Yusuf CAN
Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir, Türkiye
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-0505-0077
y.can@ogr.deu.edu.tr

Süha YILMAZ
Prof. Dr., Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Buca Eğitim Fakültesi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir, Türkiye
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8330-9403
suha.yilmaz@deu.edu.tr

Received: October 13, 2021 **Accepted:** December 07, 2021 **Published:** December 31, 2021

Suggested Citation:
Can, Y., & Yılmaz, S. (2021). An investigation of the concept images on the plane in three dimensional Euclidean space. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education (IJTASE), 10*(5), 326-341.

Öz

Bu araştırmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının üç boyutlu Öklid uzayında düzlem kavramına yönelik kavram imajlarını tespit etmektir. Çalışma 2019-2020 eğitim-öğretim yılında İzmir ilinin bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında üçüncü sınıfa kayıtlı 80 lisans öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın deseni, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması modeli olarak belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının düzlem kavramına yönelik kavram imajlarının tespiti için araştırmacının geliştirdiği 4 adet açık uçlu soru uygulanmıştır. Maksimum çeşitlilik örneklemesi ile 12 öğrenci seçilmiş. Seçilen öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış klinik görüşmelerden elde edilen bulgular içerik analiziyle derinlemesine incelenmiştir. Öğretmen adaylarının düzlem kavramına yönelik kavram imajları belirlenirken Tall ve Vinner'ın (1981) kavram tanımı-kavram imajı yapısı ışığında hareket edilmiştir. Yapılan veri analizi sonucuna göre öğretmen adaylarının düzlem kavramını genellikle $Ax + By + Cz + D = 0$ düzlem kapalı formülü çerçevesinde zihinlerinde yer edindirdikleri görülmüştür. Ayrıca günlük yaşam deneyimleriyle oluşmuş kavram imajlarının daha kalıcı olduğu sonucuna varılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Düzlem, kavram, kavram tanımı, kavram imajı, öklid uzay

Abstract

The aim of this research is to determine the concept images of pre-service mathematics teachers towards the concept of plane in three-dimensional Euclidean space. The study was carried out with a third-year undergraduate student enrolled in the Department of Elementary Mathematics Teaching at a state university in Izmir in the 2019-2020 academic year. The layout of the study, the plan as a case study model from qualitative research methods. 4 open-ended questions developed in order to determine the concept images of teacher candidates for the concept were applied. 12 students were selected with maximum diversity sampling. The findings obtained from the semi-structured clinical interviews with the selected students were analyzed in depth with content analysis. While determining the concept images of teacher candidates for the concept of plane, it was acted in the light of the concept definition-concept image structure of Tall and Vinner (1981). According to the results of the data analysis, it was seen that the pre-service teachers had the concept of plane in their minds generally within the framework of the plane closed formula $Ax + By + Cz + D = 0$. In addition, it was concluded that the concept images formed by daily life experiences are more permanent.

Keywords: Concept, concept definition, concept image, euclidean space, plane

[1] Bu makale, 2020 yılında tamamlanan Prof.Dr. Süha YILMAZ"ın danışmanlığında Yusuf CAN'ın yüksek lisans tezinden üretilmiştir.

GİRİŞ

Matematik dersi öğretim programı öğrenciyi merkeze alan, kavramsal anlamayı ve kavram öğrenimini önemseyen bir bakış açısına sahiptir (MEB, 2018). Matematik ve geometri dallarında öğrencilerin kavram öğrenmeleri, sıradan bir sınıflandırma, isim verme, sembolize etme ve tanımlama eylemleri ile tamamlanamamaktadır. Matematik eğitiminin esas amacı, kavramları öğrenen, kavramlar arası ilişkiler kuran ve bunların günlük hayatlarında kullanımını faydalı kılan bireyler yetiştirmektir.

Matematiğin bir dalı olan geometri ise, mekânı ve mekânda oluşturulabilen şekil ve cisimlerin incelenmesini sağlamaktadır (Dictionnaire Larousse, 1993). Bunların yanı sıra geometri, bu şekil ve cisimlerin olası hareketlerinin incelenmesine de olanak sağlamaktadır. Geometri şekillerin iki ve üç boyutlu uzaylardaki yüzeylerinin hacim, uzunluk, açı ve alan bazında ilişkilerine ulaşmamızı sağlamaktadır. Geometri dersi sadece şekilleri, şekillerin hareketlerini ve şekiller arası ilişkileri incelemekle kalmayıp, bireyin bilişsel yeteneklerinin (mantık yürütme, pratik düşünme, vb.) gelişimini sağlayan bir derstir. Çevremizdeki tüm bu şekil ve nesneleri incelemeye tabi tuttuğumuzda bütün şekil ve nesnelerin bir noktalar kümesinden meydana geldiğini söyleyebiliriz. Bu nedenle nokta kavramı geometrinin temelini oluşturan bir kavram olarak kabul edilmekte ancak bu kavramın formal bir tanımı yapılamamaktadır. Diğer tanımı yapılamayan geometrik kavramlardan biri olan düzlem kavramını ise nokta kavramından hareketle anlatabilmekteyiz. Altun'a (2002) göre tanımı olan terimler, kendinden önce tanımı yapılmış terimler ve hâlihazırda tanımsız terimler ışığında mantığa uygun olarak tanımı yapılmış olan terimleri ifade etmede kullanılmaktadır. Çalışmada incelemeye tabi tuttuğumuz düzlem kavramı aynı doğrultuda olmayan ve en az üç noktayı kapsayan yüzey şeklinde tanımlanabilmektedir. Nokta, doğru, düzlem, uzay gibi tanımı yapılamayan, ancak başka geometrik kavramların tanımlanmasına olanak sağlayan bu kavramların öğreniminde bir sorun olması ve öğrenimin olumlu tamamlanmamış olması halinde, bu tanımı yapılamayan kavramlar vasıtasıyla tanımlanan kavramların öğreniminde de büyük sıkıntılar oluşması muhtemeldir. Dede (2002) öğrencilerin daha önce karşılaşmış oldukları bir kavramla bağlantılı olan yeni kavramların öğretiminin, öğretilen kavramın yeterince anlaşılmış olması ve öğretilecek kavramı tanımlamak için terimlerin doğru seçilmesi şeklinde iki amaç ışığında gerçekleşebileceğini aktarmıştır (Aktaran: Soğancı, 2006). Bu bağlamda öğretim sürecinde, öğretilmesi amaçlanan kavramlara ait öğrencilerin bilişsel yapılarında oluşmuş olan kavram imajları çok önemlidir.

Öğretmen adaylarının belirli kavramlara dair, tüm öğrenim hayatları boyunca inşa etmiş ve lisans eğitimlerine dek biriktirmiş oldukları kavram imajlarını tespit etmek, geçmiş öğretim yaşantılarının araştırılmasında yol gösterecektir.

Teorik Çerçeve

Kavramlar düşüncelerimizi oluşturmamıza yarayan bilişsel oluşumlardır ve mevcut olay, nesne, fikirleri adlandırmaya, sembollerle ifade etmeye, anlamlandırmaya ve gösterimlerine olanak sağlarlar. Kavramlar terimlere temel anlamlarını kazandırmaya yarayacak ve niteliklerine göre kategorize etmemizi sağlayacak somut olguların toplumun soyut düşüncelerine aktarılma şeklidir (Toplumbilim Terimleri, TDK, 1975). Vinner'a (1983) göre kavram, mevcut kavramı kesin ve net bir şekilde belirten terimler ve semboller birliği olup, matematik camiası tarafından kabul edilmiş anlatımlardır.

Matematiksel kavramların meydana gelme süreçlerini ve bireylerin bu kavramlar hakkındaki akıl yürütme şekillerini farklı açılardan inceleyen birçok yaklaşım mevcuttur. Renshaw'ın (1996) sosyo-kültürel yaklaşımı, Tall ve Vinner'ın (1981) bilişsel yaklaşımı ve Shoenfeld'in (1998) yapılandırmacı yaklaşımı bunlardan bazılarıdır (Aktaran: Delice & Sevimli, 2011). Bu yaklaşımlar arasından çalışmaya hâkim olan Tall ve Vinner'ın (1981) bilişsel yaklaşımıdır.

Kavramların dış dünyadan kopup bireylerin iç dünyasına izdüşümünü sağlayan iki etmen bulunmaktadır. Bu etmenler kavram tanımı ve kavram imajıdır. Kavram tanımı ve kavram imajı yapısını ilk kez tanımlayan araştırmacılar Tall ve Vinner'a (1981) göre *kavram tanımı,* mevcut kavramı belirtmek üzere kullanılmış olan kelimeler bütünüdür. Araştırmacılara göre *kavram imajı* ise, kavram tanımının oluşturduğu kelimeler bütününün zihnimizde çağrıştırdığı tüm bilişsel resimler ve bu resimlerin birbirleriyle olan bağlantılı nitelik ve süreçlerini kapsayan bilişsel yapı olarak aktarılmaktadır. Matematiksel kavram öğreniminin doğru bir şekilde gerçekleşip gerçekleşmediğini belirlemede en önemli görülen yapı kavram imajıdır. Kavram imajı öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin incelenmesinde oldukça önemli bir yere sahiptir. Kavram imajı yapısı, kavramların ne şekilde oluşturulduğunun gözlemlenmesini sağlamaktadır.

Vinner'a (1991) göre bir kavramın tanımı o kavramı idrak etmemiz için yeterli niteliklere sahip değildir. Bir kavramın öğrenilmesinde o kavramın tanımı dışında başka bilişsel yapılara da gereksinim vardır. Araştırmacı kavram öğrenme sürecinin kavram tanımı ve kavram imajı olmak üzere iki hücreden etkilendiğini öne sürmüştür. Süreç içerisinde bağımsızca meydana gelebilmelerine rağmen etkileşimde bulunabilen bu hücrelerin ikisi birden dolu olabileceği gibi herhangi biri de dolu olabilir, bunun yanı sıra ikisi birden boş da olabilmektedir. Ortaokul ve ortaöğretimde kavram öğretme sürecini öğretmenlerin genellikle tek yönlü gerçekleştirdiklerini ifade eden araştırmacı, ders sürecinde verilen örneklerle kavram tanımı çerçevesinde öğrencilerin kavram imajı hücrelerinin dolduğunu aktarmaktadır. Buna karşılık araştırmacı kavram tanımına gerek duyulmaksızın yalnızca kavram imajı çerçevesinde edinilen kavramların daha kalıcı nitelikte olduğunu savunmaktadır.

Vinner (1991) öğrencinin formal bir öğretim sürecindeyken kavram tanımını esas almakta olduğunu, sezgisel bir öğretim sürecindeyken ise kavram imajını esas alıp bir ihtiyaç durumunda kavram tanımından yararlandığını aktarmıştır. Öğrencinin bilişsel çalışma sırasında uyandırılan kavram imajları esas alınmaktadır. Her seferinde öğrencide aynı kavram imajı uyandırılmamaktadır. Yapılan incelemeler tüm kavram imajlarına değil, yalnızca uyandırılmış olan kavram imajlarına yöneliktir (Vinner, 1991).

Alanyazında matematik, geometri, kavram imajı ve kavram tanımı çerçevesinde birçok çalışma bulunmaktadır. Limit ve süreklilik (Tall & Vinner, 1981; Przenioslo, 2002), periyot (öner & Ertekin, 2015; Shama, 1998; Van Dormolen & Zaslavsky, 2003), fonksiyonlar (Wilson, 1993; Meehan, 2002), trigonometrik fonksiyonların periyotları (Öner, 2013), parabol (Shriki & David, 2001), açı, çember, geometrik yer ve metrik (Gülkılık, 2008), Prizma, koni, silindir, pramit, küre (Avgören, 2011), silindir ve koni (Karakuş, 2018), problemler (Vinner, 1991), nokta, doğru, düzlem ve açı (Kılıç, Temel & Şenol, 2015), türev (Bingolbali & Monaghan, 2007; Hartter, 1996), lineer cebirde alt uzay (Wawro, Sweeney ve Rabin, 2011), kuadratik fonksiyonlar (Eraslan, 2005), denklem (Attorps, 2006) , belirli integral (Delice & Sevimli, 2011; Rösken & Rolka, 2007), belirsiz integral (Sevimli & Delice, 2012) ve matematiksel tanımlar (Soğancı, 2006) bunlardan bazılarıdır.

Matematik ve geometri alanlarında ilkokul yıllarından itibaren öğrencilere öğretimi amaçlanan, süregelen her öğretim yılında öğrenimi daha karmaşık bir hal alan temel kavramlar bulunmaktadır. Öğrencinin bu temel kavramları öğrenememesi halinde, bu kavramlarla ilişkili olan diğer konuları anlamlandırması da zor olacaktır. Bu sebeple kavram öğrenimi diğer bilimlerde olduğu kadar matematik ve geometride de oldukça önem taşımaktadır. Matematik ve geometride önceden edinilmesi önem teşkil eden ön öğrenmeler bulunmaktadır ve araştırmacılar Sulak ve Cihangir (2000) bu ön şart bilgilerin edinilmemesi halinde yeni konunun öğreniminin gerçekleşemeyeceğini, hedef konumdaki konunun öğrenimi için öncesinde ön şart bilgilerinin edinilmesi gerektiğini savunmaktadırlar.

Geometri alanında ön şart niteliği taşıyan birçok kavram bulunmaktadır. Sentetik olarak, dik koordinat sisteminde üç noktası ile belirtilen düzlem kavramı da ön şart niteliği taşıyan kavramlar arasındadır. Düzlem kavramı öğrencilerin eğitim ve öğretim hayatlarında erken karşılaştıkları ve üniversite bitimine kadar sıkça kullandıkları bir kavramdır. Gerek öğretim sürecinde gerekse günlük yaşantımızda bazı kavramlara yönelik hatalı veya eksik imaj oluşumuna sebep olan durumlarla karşılaşılmaktadır. Özellikle ön şart niteliğindeki kavramlara yönelik hatalı ve eksik kavram imajı oluşumu, ilgili kavramla bağlantılı konular hakkında da hatalı ve eksik kavram imajlarının oluşmasına sebep olabilmektedir.

Bu araştırmada, uzun yıllar matematik öğretimi sürecinden geçmiş lisans öğrencilerinin, geometri alanında ön şart niteliği taşıyan düzlem kavramına yönelik kavram imajlarının tespit edilmesi ve daha önce kavram imajı çerçevesinde incelenmemiş olan düzlem kavramına dair geçmiş öğrenim yaşantılarının araştırılmasının, bilişsel bir çalışma sürecindeyken kavram tanımı ve kavram imajı hücrelerinden ne şekilde yararlandıklarının saptanması açısından alanyazına katkı sağlayacağına inanılmaktadır.

Bu bağlamda araştırmada "Analitik Geometri -I- dersine giren ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin üç boyutlu Öklid uzayında düzlem konusuna dair kavram imajlarına ilişkin durumları nelerdir?" sorusuna cevap aranmıştır.

YÖNTEM

Araştırmanın Deseni

Çalışmanın deseni nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması modelidir. Durum çalışmaları, sadece bir durum veya alayın detaylı olarak irdelenmesi, toplanan verilerin sistematik bir şekilde oluşturulması ve de durum ve olayın gerçekleştiği mekânın da incelemeye tabi tutulduğu metotlardır. İncelemelerden sonucunda elde edilen verilerden hareketle, ilgili durum veya olayın sebebi ve daha sonraki süreçte yapılacak çalışmalarda üzerinde durulması gereken noktaları vurgular (Davey, 1991).

Çalışma Grubu

Araştırmanın evreni, 2019-2020 eğitim-öğretim yılında bir devlet üniversitesinde İlköğretim Matematik Öğretmenliği programının üçüncü sınıfına kayıtlı olup Analitik Geometri-I-dersini alan 80 lisans öğrencisi olarak seçkisiz olmayan örnekleme yöntemiyle belirlenmiştir. Maksimum çeşitlilik örneklemesi ile seçilen 6'sı yedek, toplam 18 öğrencinin 12 asili, yüksek, orta ve düşük düzey olmak üzere 3 gruba ayrılmış ve bu öğrenciler her grupta 2 kız 2 erkek olacak şekilde klinik görüşme çalışma grubunu oluşturmaktadır. Bu ayırma işlemi rubrik kullanılarak puanlama sonucu oluşturulmuştur. Burada amaç, araştırılan durum ışığında incelenen birey çeşitliliğinin maksimum seviyede olmasını sağlamaktır.

Veri Toplama Araçları ve Süreci

Tüm uygulamaların öncesinde araştırmacı tarafından ilgili alanda inceleme yapılmış ve sonrasında kullanılmak üzere veri toplama araçları belirlenmiştir. Araştırma için gerekli veriler, Uzman görüşleri rehberliğinde alanyazın incelenerek araştırmacı tarafından geliştirilen 4 adet açık uçlu soru ve öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmeye dair görüşme formu olmak üzere iki veri toplama aracı ile toplanmıştır.

Araştırmada, İlköğretim Matematik Öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerine düzlem kavramına dair kavram imajlarını belirlemek üzere araştırmacı önderliğinde 4 adet açık uçlu soru oluşturulmuştur. Bu makalede, araştırmanın yazarı tarafından gerçekleştirilmiş düzlem kavramına yönelik 4 adet açık uçlu soruya dair bulgulara değinilmiştir. Bu sorular aşağıda verilmektedir:

1. Üç boyutlu Öklid uzayında düzlem nedir? Açıklayınız.
2. Düzlem ailesi (demeti) nedir? Günlük yaşantıdan bir örnek veriniz.
3. IR ^{3}'te aynı doğruya dik iki düzlemin birbirlerine göre durumlarını inceleyiniz. Şekil çizip açıklayınız.
4. $y = 0$, $x = 3-y$, $z = 1$, $2z + 3y – z + 6 = 0$ düzlemlerini çiziniz.

İlk olarak açık uçlu sorular 80 lisans öğrencisine bir ders saati süreci içerisinde uygulanmıştır. Öğrencilerin sorulara içten bir şekilde cevap vermeleri adına uygulama öncesinde öğrencilere çalışmanın amacı ve önemi aktarılmıştır.

80 öğrenciye uygulanan açık uçlu sorulardan elde edilen sonuçlar göze alınarak, maksimum çeşitlilik örneklemesi aracılığıyla 4 düşük (2'si kız, 2'si erkek), 4 orta (2'si kız, 2'si erkek) ve 4 yüksek (2'sikız, 2'si erkek) olmak üzere 12 öğrenci klinik görüşme katılımcısı olarak seçilmiştir. Seçilen klinik görüşme katılımcılarıyla görüşmeci önderliğinde 20-30 dakika arasında bir zaman diliminde yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler ortalama 25 dakika gibi bir sürede sonlanmıştır. Görüşme sürecinde öğrenciler, kendilerine yöneltilen sorulara kalem kullanmadan sesli düşünerek cevap vermişlerdir. Verilen cevaplar görüşmeci tarafından not alınarak ve ses kayıt cihazı aracılığıyla ve gerekli zamanlarda fotoğraf çekerek kayıt altına alınmıştır. Yarı yapılandırılmış

görüşme tekniğinin, görüşmeyi yapan araştırmacıya sağladığı başlıca kolaylık, görüşmede izlenecek yolun önceden belirlenmiş olması ve bu yola bağlı kalarak sürdürülen görüşmenin daha sistemli olması ve karşılaştırılacak bilgiler sağlamasıdır (Yıldırım & Şimşek, 1999). Yarı yapılandırılmış görüşmelerde öğrencilere sorulacak sorular görüşme öncesi belirlenmekte ve görüşmeler süreç içerisinde ihtiyaç duyuldukça yeni sorularla desteklenmektedir. Yarı yapılandırılmış klinik görüşmelerde öğrencilerin açık uçlu sorulara vermiş oldukları cevaplara "Neden?" ve "Nasıl?" gibi sorular sorulmuş ve elde edilen veriler içerik analiziyle derinlemesine incelenmiştir. Araştırmadan elde edilen tüm veriler Tall ve Vinner'ın (1981) kavram imajı-kavram tanımı teorisi ışığında incelenerek, öğrencilerin kavram imajları belirlenmiştir. Araştırma sürecinde veri toplama araçlarının uygulanması, öğrencilerle görüşme yapılması ve verilerin analiz işlemleri araştırmacının kendisi tarafından gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı tüm çalışma sürecine gözlemci kimliğiyle katılmış ve süreci yakinen takip etmiştir. Çalışmada veri toplama araçlarının birden fazla olması gereği çeşitleme yapılmış ve bu şekilde elde edilen verilerin geçerlik ve güvenirliğin büyük ölçüde sağlandığı düşünülmektedir. Nitel çalışmalarda veri toplama ve analiz yöntemi çeşidi ne kadar çok olursa geçeklik ve güvenirlik de aynı ölçüde artacaktır. Çeşitleme, çalışmanın sonunda ulaşılan sonuçlara değişik bakış açılarıyla değerlendirilmesini ve anlamlandırılmasını büyük ölçüde sağlar. Bu şekilde çalışma sonunda elde edilen verilerin geçerliği ve genellenebilirliği hakkında okuyuculara daha düzgün düşünce sağlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Araştırmada kullanılan veri toplama araçlarının birden fazla olması ile çeşitleme sağlanmış ve bu sayede araştırmanın yapı geçerliliği sağlanmıştır. Çalışmanın konusuna ilişkin dört adet açık uçlu soru sonucunda düzeyleri farklı olan; yüksek, orta ve düşük düzeyde olarak nitelendirdiğimiz on iki kişi ile görüşmeler yapılmıştır. Ayrıca bu on iki kişiden; düşük düzeyde olan 2 erkek ve 2 kız öğrenci, orta düzeyde olan 2 erkek ve 2 kız öğrenci ve yüksek düzeyde olan 2 erkek ve 2 kız öğrenci seçilmiştir. Böylelikle sonuçların farklı durumlar için yorumlanabilmesine çalışılmıştır. Sonuç olarak iç geçerlik sağlanmaya çalışılmıştır. Çalışmada eşdeğer durumdaki öğrencilerle çalışmanın olabildiğince aynı koşullarda uygulama sürecinden geçirilmesi hedeflenmiş olup dış geçerlilik sağlanmaya çalışılmıştır. Çalışmamızda gerek araştırmanın yöntem, aşama, veri toplama ve analiz yöntemlerinden elde edilen verilerin yorumlanarak sonuca varılması evrelerinin ayrıntılı anlatımı ile dış geçerlilik, gerekse yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerin kayıt altına alınması ile de iç geçerlilik sağlanması hedeflenmiştir.

Verilerin Analizi

Sorulara verilen cevaplar Rubrik aracılığıyla değerlendirilmiş ve bu Rubriğe göre bir puanlama anahtarı düzenlenmiştir. Çalışmada kullanılan Rubrik aşağıda verilmiştir:

Tablo 1. İlköğretim matematik öğretmenliği üçüncü.sınıf öğrencilerinin düzlem tanımı için kullanılan rubrik

Geometrik Cisim	Kategoriler	Değerlendirme Kriteri	Yapılan Tanımlarda Odaklanılan İfadeler
	Tam doğru tanımlar	Düzlem ile ilgili tam ve doğru açıklamalar yapan	• Üzerinde alınan herhangi iki noktayı birleştiren doğruyu içine alan ve doğrunun herhangi iki noktası değdirilince bütün noktaların değmesi gereken yüzey olmalı • A,B,C düzlemin normali (veya düzleme dik bir vektör) olmak üzere Ax +By +Cz +D = 0 düzlem belirtir.
	Kısmen doğru / eksik tanımlar	Düzlem ile ilgili eksik ya da kısmen doğru açıklamalar yapan	• Bir koordinat sisteminde x, y, z arasındaki her lineer ifade düzlem belirtir. • x, y, z koordinat sistemi bir düzlem belirtir.
Düzlem	Yanlış tanımlar	Bilimsel anlamda hatalı tanım ve açıklamalar yapan	• R^3'te eksenleri kesen şekil/yüzey • Denkleminde x, y, z içeren bir denklem grafiği
	Boş	Herhangi bir açıklama yapmayan	

Rubrik puan anahtarı düzenlenirken, sorulara verilen cevaplar ve bu cevapların ilgili kavramlara dair kavram imajlarını belirlemeye yönelik olması dikkate alınmıştır. Puan anahtarında her bir soru için 4 farklı başarı derecesi düşünülmüş. Bu başarı dereceleri: 0 puan "yanlış", 1 puan "kısmen doğru", 2 puan "iyi" ve 3 puan "çok iyi" şeklinde nitelendirilmiştir. Her ölçüte ait başarı derecesi için bu ifadelere uygun tanımlamalar oluşturulmuştur.

Açık uçlu sorulardan elde edilen veriler, nitel veri toplama yöntemlerinden klinik görüşmelerle desteklenmiş ve elde edilen tüm veriler nitel veri analizi yöntemlerinden içerik analizi ile derinlemesine incelenmiştir. Veri toplama araçlarından görüşme formu ile elde edilen verilerin değerlendirilmesi, araştırmacı tarafından yapılmıştır. Betimsel analiz içerik analize göre daha yüzeysel inceleme imkânı sunmaktadır. Bu sebeple betimsel analizin yetersiz kalacağı düşünülerek araştırmada içerik analizi kullanılmıştır.

BULGULAR VE YORUM

Bu çalışmanın ana problemi "Analitik Geometri -I- dersine giren ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin üç boyutlu Öklid uzayında düzlem konusuna dair kavram imajlarına ilişkin durumları nelerdir?" şeklindedir. Bu ana probleme yanıt bulabilmek amacıyla düzlem kavramına yönelik açık uçlu sorulardan ve bu soruların esas alındığı yarı yapılandırılmış klinik görüşmelerden yararlanılmıştır. Elde edilen bulgular her soru ayrı incelemeye alınarak, çalışmanın bu bölümünde 4 ayrı başlıkta nakledilmiştir. Aşağıda düzlem kavramına yönelik olan açık uçlu sorulardan elde edilen sonuçlar cinsiyet faktörü ele alınarak verilmiştir.

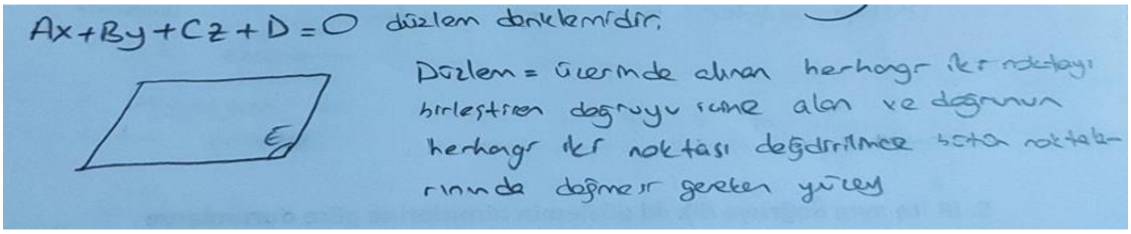
Tablo 2. Düzlem kavramına yönelik açık uçlu sorulardan alınan puanların başarı düzeyi ve cinsiyete göre dağılımı

Başarı Düzeyleri ve Cinsiyet / Açık Uçlu Sorular	Düşük		Orta		Yüksek		TOPLAM
	Erkek (E1,A1)	Kız (S2,İ2)	Erkek (G1,S1)	Kız (D2,E2)	Erkek (H1,M1)	Kız (C2,Ş2)	
1.Açık Uçlu Soru	1,1	1,2	1,2	2,3	2,3	3,3	= 24
2.Açık Uçlu Soru	3,2	3,2	2,1	2,2	2,2	3,2	= 26
3.Açık Uçlu Soru	0,0	1,0	1,1	0,1	2,1	2,2	= 11
4.Açık Uçlu Soru	2,1	1,1	3,1	2,3	2,3	2,3	= 24
TOPLAM	= 10	= 11	= 12	= 15	= 17	= 20	

Birinci Açık Uçlu Soruya Ait Bulgular ve Yorumlar

Bu soruda amaç "İlköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin üç boyutlu Öklid uzayında düzlem tanımına ilişkin kavram imajları nasıldır?" sorusuna cevap bulmaktır.

Açık uçlu sorulara cevap veren 80 lisans öğrencisinden elde edilen bulgulara göre, öğrencilerin birçoğunun düzlem tanımına ilişkin olan açık uçlu soruda formül göstermeyi tercih ettiği gözlemlenmiştir. Örneğin;



Şekil 1. D2 kodlu öğrencinin düzlem tanımı

Katılımcıların büyük bir kısmı üç boyutlu Öklid uzayında düzlem formülünü yazmıştır. Katılımcılara formül içeriğindeki A, B, C ve D'nin ne olduğu sorusu yöneltildiğinde ise, hiçbir fikrinin olmadığını (S1 kodlu, orta düzeyde öğrenci), bazı vektörler olduğunu (G1 kodlu, orta düzeyde öğrenci), A, B ve C'nin vektör olduğunu ancak D hakkında fikri olmadığını (Ş2 kodlu, yüksek düzeyde öğrenci), A, B, C, D ∈ R olmak üzere A'nın x'teki konumu, B'nin y'deki konumu ve C'nin z'deki konumu olduğunu ancak bu cevaba karşılık D'nin ne olduğu sorulduğunda bilemediğini söyleyen öğrenciler bulunmaktadır. Bunların yanı sıra düzlem tanımını şekil üzerinde gösterip hiçbir açıklama yapmamış öğrenciler de olmuştur.

S2 kodlu, düşük düzeydeki öğrenci cevap olarak iki farklı denklem yazmıştır. Bu denklemlerin ne olduğu sorulduğunda ilkinin doğru denklemi, diğerinin ise düzlem denklemi olduğunu söylemiştir. Düzlem denklemindeki A, B, C ve D'nin ne olduğu sorulduğunda ise bilmediğini söylemiştir.

Düzlem denklemini yazıp kâğıtta bu denklemdeki A, B, C ve D'nin ne anlama geldiğini doğru bir şekilde belirten öğrenciler de bulunmaktadır. (M1 kodlu, yüksek düzey öğrenci)

$Ax + By + Cz + D = 0$ düzlem denklemi olsun. Bu düzlem denkleminde $\vec{N} = (A, B, C)$ vektörü genel olarak düzleme dik bir vektör göstermektedir. $\vec{N}$ vektörüne düzlemin normali adı verilir ve genel olarak normal vektör $\vec{N}$ ile gösterilir (Hacısalihoğlu, 1995, s. 130).

Genel olarak incelendiğinde birçok öğrencinin düzlem denklemini doğru yazmasına rağmen A, B, C ve D'nin ne olduğu sorusuna cevap veremediği görülmüştür. Bir diğer dikkat çeken bulgu ise öğrencilerden üç boyutlu Öklid uzayında düzlem tanımı istendiğinde hepsinin kapalı denklemi yazmış olmasıdır.

T1 kodlu, orta düzeydeki öğrenci ve T2 kodlu, yüksek düzeydeki öğrenci ise düzlemin R^2'de değil yalnızca R^3'te var olduğunu söylemişlerdir.

Düzlem tanımı yapmış öğrencilere, yapmış oldukları tanımın R^2 için geçerli olup olmadığı ve R^2'deki bir düzlemden farkının ne olduğu sorulduğunda G1 kodlu, orta düzeydeki öğrenci z=0 olması halinde R^2'de de geçerli olacağını söylemiş, M1 kodlu, yüksek düzeydeki öğrenci ise R^2'nin zaten bir düzlem olduğunu ve üç nokta veya iki doğrunun bir düzlemi oluşturduğunu söylediği tanımını klinik görüşmelerde doğrusal olmayan üç nokta olarak değiştirmiş ve C2 kodlu, yüksek düzeydeki öğrenci ise tanımda adı geçen üç noktanın R^2 ve R^3'te farklı olduğunu R^3'te üç noktanın (x, y, z) olarak ifade edilirken R^2'de (x, y) olarak ifade edildiğini söylemiştir.

Elde edilen veriler gösteriyor ki, her üç düzeyde de öğrencilerin düzlemin R^2'de de olup olmadığına dair net bir fikirleri yoktur. Bunun nedeni olarak, öğrencilerin R^3'te düzlem kavramını bilişsel yapılarında net bir şekilde oluşturamıyor olmaları düşünülmektedir. Öğrencilerin çoğunluğu formül yazmıştır, yazmayan öğrencilere yarı yapılandırılmış görüşmelerde düzlemin tanımı sorulduğunda öğrenciler düzlemin kapalı denklemini söyleyebilmişlerdir. Bu beklenen bir sonuçtu, çünkü hali hazırda düzlemin denklemini yazabilen öğrencilerin de düzlemin kapalı denklemini yazdıkları görülmüştür.

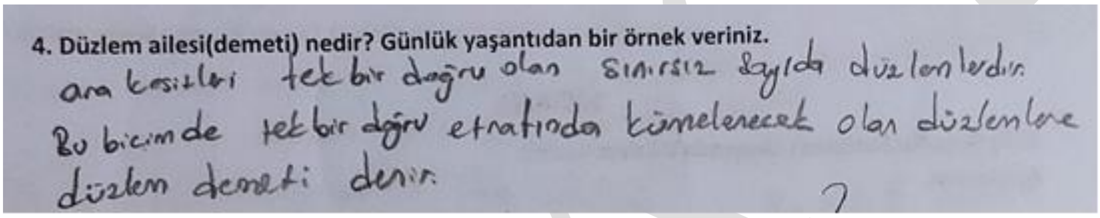
Tanım yapan öğrencilere R^3'te düzleme dair günlük hayattan bir örnek vermeleri ve bunun R^2'de de geçerli olup olmadığı sorulmuştur. M1 kodlu, yüksek düzeydeki öğrenci soruya masa cevabını vermiş ancak bunun R^2'de geçerli olmadığını söyleyerek, R^2'de düzleme kâğıt örneğini vermiştir. Kâğıdın R^3'te düzlem belirtip belirtmediği sorulduğunda ise öğrenci, doğrusal olmayan üç noktadan geçen her şeyin R^3'te düzlem belirttiği sonucuna varmıştır. E2 kodlu, orta düzeydeki öğrenciden ise R^3'te düzleme günlük hayattan örnek verilmesi istendiğinde ise kendi elini açıp “Bir alan gibi daha çok. Normali olan, doğrultmanı vs. olan. Çok da canlandıramıyorum soyut kalıyor.” demiştir. Aynı soruya A1 kodlu, düşük düzeydeki öğrenci ise masanın üzeri, kâğıt örneklerini vermiş, bunların R^2’de düzlem belirtip belirtmediği sorulduğunda ise bilmediğini söylemiştir.

İkinci Açık Uçlu Soruya Ait Bulgular ve Yorumlar

Bu soruda amaç “İlköğretim Matematik Öğretmenliği üçüncü sınıf Lisans Öğrencilerinin Üç Boyutlu Öklid Uzayında Düzlem Ailesi Tanımları Nasıldır?” ve “İlköğretim Matematik Öğretmenliği üçüncü sınıf Lisans Öğrencilerinin Üç Boyutlu Öklid Uzayında Düzlem Ailesini Günlük Hayatta Kullanımı ve Örneklendirmeleri Nasıldır?” sorularına cevap bulmaktır.

Klinik görüşmelere katılan 12 öğrencinin, düzlem kavramına yönelik açık uçlu sorulardan almış oldukları puanlar incelendiğinde, öğrencilerin en yüksek puanı 2. Açık uçlu sorudan aldıkları görülmüştür. Bunun sebebi ise, öğrencilerin düzlem ailesi kavramına günlük hayattan örnek verebilip bunları somut olarak düşünebiliyor oluşları şeklinde yorumlanabilmektedir. Buradan bir kavrama ait somut düşünebilmenin önemli olduğu ve kavram imajlarımızın artmasıyla doğru orantılı olarak başarımızın da artacağı sonucuna varabilmekteyiz.

Öğrencilerin geneli düzlem ailesi/demetini, “Ara kesitleri tek bir doğru olan düzlemler” şeklinde tanımlamıştır.



Şekil 2. A1 kodlu öğrencinin düzlem ailesi tanımı

A1 kodlu, düşük düzeydeki öğrenciye vermiş olduğu cevaba yönelik olarak sınırsız sayıda düzlem olmasının zorunlu olup olmadığı sorulduğunda, zorunlu olmadığını söyleyerek tanımını en az iki düzlem olması yeterli şeklinde düzeltme yoluna gitmiştir.

Kâğıtlar incelendiğinde genellikle düşük düzeydeki öğrencilerin düzlemlerin nasıl bir arada olması gerektiğini belirtmediği görülmüştür. Bu öğrencilere bu sorulduğunda ise, E1 kodlu, düşük düzeydeki öğrenci bilmediğini ve sadece formülü ezberlemiş olduğunu söylemiştir. İ2 kodlu, düşük düzeydeki öğrenci ise tanımında “Bir biçimde tek bir doğru etrafında kümelenecek olan düzlemler” tabirini kullanmıştır. Öğrenciye kümelenmeyle neyi ifade etmek istediği sorulunca, “Bitişik olma durumu” cevabını vermiş ve öğrenciye bu düzlemin doğruya değip değmediği sorulunca ise “Kesecek.” şeklinde cevaplamıştır.

Klinik görüşmelerde 12 öğrenciden 6’sının düzlem ailesi olması için gerekli formülü yazdığı görülmüştür. Bu 6 öğrenciden 2’si yüksek düzeyde erkek, 2’si orta düzeyde 1 erkek ve 1 kız, 2’si ise düşük düzeyde 1 erkek ve 1 kızdır. Çıkan sonuçlara göre orta ve düşük düzeyde cinsiyet farkı görülmezken, yüksek düzeyde erkeklerin kızlardan ayrıldığı görülmüştür.

Formül yazabilen öğrenciler formülde yer alan parametrenin (λ) geometrik olarak ne anlama geldiğini bildikleri ve yazdığı formülün çözümünü bildiği görülmüştür.

Öğrencilerin günlük hayattan vermiş oldukları örnekler genellikle aynı olup bunlar; defter, defter yaprakları, kitap, kitap yaprakları, kapı, pencere vb. şeklindedir.

H1 kodlu, yüksek düzeydeki öğrenciye günlük hayattan vermiş olduğu örneklerden emin olup olmadığı sorulup ve başka bir örnek vermesi istendiğinde, örneklerinden emin olduğunu ve kuş kanadı, kelebek kanadı örneklerini eklemiştir. Eklenen örneklerden emin olup olmadığı sorulduğunda ise elleriyle kuş şekli yaparak emin olduğunu söylemiştir. Örneklerinden emin olup olmadığı sorulup başka bir örnek vermesi istenen bir diğer öğrenci olan M1 kodlu, yüksek düzeydeki öğrenci ise emin

IJTASE
ISSN: 2146 - 9466
www.ijtase.net
International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education – 2021, volume 10, issue 5, Special Issue.

olduğunu söyleyerek dolap kapağı örneğini vermiştir. Aynı soruya Ş2 kodlu, yüksek düzeydeki öğrenci ise örneklerinden emin olduğunu ancak başka bir örneğin aklına gelmediğini söylemiştir.

80 lisans öğrencisinin ikinci açık uçlu soruya olan cevaplarının hemen hemen aynı olduğu gözlenmiştir. Buradan hareketle ders sürecinde edindiğimiz bilgilerin günlük yaşantıdan örnekler verilerek somutlaştırılması halinde bireyin bilişsel yapısında daha kalıcı olduğu sonucuna varabilmekteyiz.

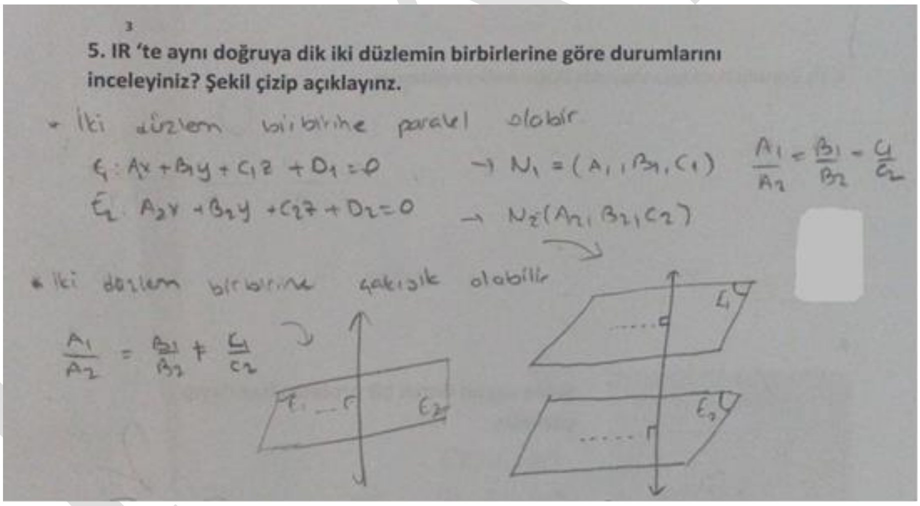
Öğrencilerin vermiş oldukları örneklerden emin olup olmadıkları sorulduğunda hepsinin emin olduğunu söylediği gözlemlenmiştir. Bunun sebebi ilgili kavramı öğreten öğretim üyesinin sınıf ortamındaki kapı, pencere vb. nesnelerden örnekler vermiş olmasıdır. Öğrencilerden bilinen bir örnekten hareketle bilinmeyen bir örnek vermeleri istendiğinde bunu başarıyla yapabilip bu örnekten emin olduklarını aktarmışlardır. Başka örnek veremeyen öğrenci (Ş2 kodlu, yüksek düzeyde öğrenci) olduğu da gözlemlenmiştir.

Üçüncü Açık Uçlu Soruya Ait Bulgular ve Yorumlar

Bu soruda amaç "İzmir ilinin bir devlet üniversitesinde öğrenimini sürdüren ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin üç boyutlu Öklid uzayında doğru ile düzlem arasındaki ve iki düzlem arasındaki ilişkiyi anlamaları nasıldır?" sorusuna cevap bulmaktır.

Bu açık uçlu soruların puanlamasında her biri 1 puan niteliğinde olan üç kıstas göz önünde bulundurulmuştur: "Paralel olabilir.", "Çakışık olabilir." ve şekil çizilip kısaca formül edilmesi.

Bu açık uçlu soruyu diğerlerinden ayıran başlıca özellik klinik görüşmelere katılan hiçbir öğrencinin bu sorudan tam puan alamamış olmasıdır. Bir genelleme yapılacak olursa bunun nedeni kısa bir formül edilememiş ya da ispat verilememiş olmasıdır. 80 lisans öğrencisinden yalnızca Ç2 kodlu, yüksek düzeydeki öğrenci bu sorudan tam puan alabilmiştir.



Şekil 3. Ç2 kodlu öğrencinin düzlem kavramına yönelik üçüncü açık uçlu soruya verdiği cevap

Çalışmaya dâhil olan çoğu öğretmen adayı bu iki düzlemin paralel olabileceğini yazmıştır. Ş2 kodlu, yüksek düzeydeki öğrenci klinik görüşmelerde iki doğrunun paralel harici çakışık da olabileceğini fark ettiğini söyleyerek bunu *" $\neq \frac{D_1}{D_2}$ dersem paralel $= \frac{D_1}{D_2}$ dersem çakışık olur"* şeklinde ispatlama yoluna gitmiştir. Bunun yanı sıra S1 kodlu, orta düzeydeki öğrenci de klinik görüşmelerde iki doğrunun paralel harici çakışık da olabileceğini söylemiş ancak bunun ispatlanması istendiğinde ise aklına gelmediğini belirtmiştir.

M1 kodlu, yüksek düzeydeki öğrenci ise açık uçlu soruya vermiş olduğu cevapta iki düzlem arası uzaklığı kullanmıştır. Bunun nedeni sorulduğunda ise paralel olacağını anladığı iççin onu yazığını ancak paralel olduklarını belirtmeyi unuttuğunu söylemiştir. Formül etmesi istendiğinde ise yapamamıştır. Cevabında kullanmış olduğu D_1 ve D_2'nin ne anlama geldiği sorulduğunda ise bunların derinlik/seviyelerini belirlediğini söylemiş, A, B ve C'nin iki düzlemin paralel olabilmesi için aynı kalmaları gerektiğini söylediğinde ise D_1 ve D_2'nin aynı olması halinde iki düzlemim durumlarının ne olacağı sorulmuştur. Öğrenci ise bu durumda iki düzlemin çakışık olabileceği sonucuna varmıştır.

Çalışmaya katılan öğretmen adaylarından bu iki düzlemin *sadece* paralel olabileceğini söyleyen oldukça fazlayken, iki düzlemin *sadece* çakışık olabileceğini söyleyen öğretmen adayı hiç gözlemlenmemiştir. Bunların yanı sıra paralel veya çakışık olabileceğini belirten öğretmen adayları bulunmaktadır. Bu öğretmen adaylarına paralel ve çakışık olma şartları sorulduğunda C2 kodlu, yüksek düzeydeki öğrenci, $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$ ifadelerinin mutlaka eşit olması gerektiğini, aksi takdirde paralelliğin bozulacağını, buna ek olarak $=\frac{D_1}{D_2}$ olursa çakışık, $\neq\frac{D_1}{D_2}$ olursa paralel olacağını belirtmiştir. İ2 kodlu, düşük düzeydeki öğrenci ise, iki düzlemin A, B ve C katsayıları orantısı birbirlerine eşit olduğunda D'lerin katsayıları da eşit olursa çakışık; eşit olmazsa paralel olacağını söylemiştir.

Yapılan incelemeler sonucu klinik görüşmelere katılan öğrenciler arasından bu açık uçlu sorudan alınan en yüksek puanın 2 olduğu görülmüştür. Bu açık uçlu sorudan 12 kişi arasından yalnızca 2 kişi 2 puan almıştır ve o iki kişi de yüksek düzeyde bulunan öğrencilerdir.

Dikkat çeken bir diğer husus ise öğrencilerin büyük bir kısmı araştırmacı tarafından düzlem olarak elleri ve dik doğru olarak da kalem kullanarak düşünmesi yönünde yönlendirmeleri sonucunda bu iki düzlemin paralel ve çakışık olabileceğinin ayırdına varmışlardır.

Tüm bu bulgulardan yola çıkarak Analitik Geometri dersinde somutlaştırma ve günlük yaşantıdan örneklerle pekiştirme yoluna gidildiğinde ilgili kavrama dair öğrencinin daha pozitif ve daha çok kavram imajı oluşturma ve kavramı içselleştirebilme açısından yararlı olduğunu görebilmekteyiz. Bu şekilde kavramı somutlaştırabilen öğrencilerin klinik görüşmelerde paralellik ve kesişme şartlarını yazabildiği gözlemlenmiştir.

Dördüncü Açık Uçlu Soruya Ait Bulgular ve Yorum

Bu soruda amaç "İzmir ilinin bir devlet üniversitesinde öğrenimini sürdüren ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin kavram imajlarının üç boyutlu Öklid uzayında düzlem çizimlerine yansıması nasıldır?" sorusuna cevap bulmaktır.

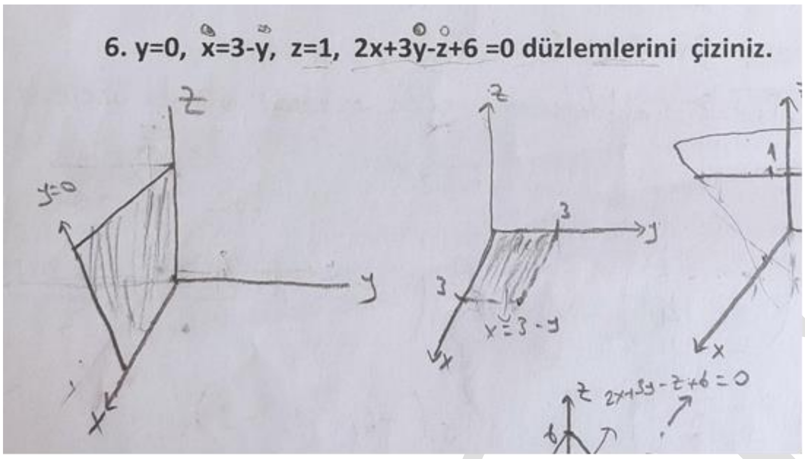
Bu açık uçlu soruların puanlamasında 1puan bir düzlemi doğru çizmeye, 3 puan ise tüm düzlemleri doğru çizmeye verilmiştir. Ancak her açık uçlu soruda olduğu gibi bu soruda da en yüksek alınabilecek puan 3 olduğundan iki ve üç düzlemi doğru çizenler denk tutulup, bu öğrencilere 2 puan verilmiştir.

xOy ~ (z=0), yOz ~ (x=0), xOz ~ (y=0) düzlemlerine koordinat düzlemleri adı verilmektedir (Yüce, 2020, s. 111). Bu açık uçlu soruda öğrencilerden y=0 ve x=3-y düzlemlerini çizmeleri istenmiştir. Araştırmacı Yüce (2020) ilk durumu "(H) … Ax+By+Cz+D=0 genel denklemi ile (H) düzlemini ele alalım. Burada D≠0 ve A, B, C katsayılarından herhangi ikisi sıfır ise, (H) düzlemi koordinat düzlemlerinden birine paraleldir." şeklinde açıklamış ve diğer durum hakkında ise "D≠0 ve A, B, C katsayılarından sadece biri sıfır ise, (H) düzlemi eksenlerden birine paraleldir." şeklinde bir açıklama yapmıştır (s. 112).

Verilen cevaplar incelendiğinde öğrencilerin x-eksenini üç noktasında (3, 0, 0) ve y-eksenini de üç noktasında (0, 3, 0) işaretledikleri ve bu işaretlenen noktaları birleştirmekle yetindikleri gözlemlenmiştir. Yalnızca birkaç öğrenci bu birleştirilen noktaları z- eksenine paralel bir şekilde çizmiştir.

Bu açık uçlu soruya ait puanlar incelendiğinde, düşük düzeydeki hiçbir öğrencinin tam (3) puan alamadığı görülmüştür. Ayrıca aldıkları puanlar toplamının diğer iki düzeydeki öğrencilerden ayrı ayrı düşük olduğu görülmüştür. Buradan hareketle orta ve yüksek düzeydeki öğrencilerin düzlem çizimine yönelik kavram imajı gelişimlerinin, düşük düzeydeki öğrencilerden daha iyi olduğu sonucuna varabilmekteyiz.

Verilen cevaplar incelendiğinde y=0 düzlemini çizerken öğrencilerin çoğunluğunun x ve z-eksenlerinin yalnızca pozitif olan bölgelerini aldıkları gözlemlenmiştir.



Şekil 4. E1 kodlu öğrencinin düzlem kavramına yönelik dördüncü açık uçlu soruya verdiği cevap

E1 kodlu, düşük düzeydeki öğrenciye çizmiş olduğu düzlemlerden emin olup olmadığı ve başka düzlemlerin çizilebilip çizilemeyeceği sorulunca öğrenci ilk önce çizilemediğini söylemiştir. Araştırmacının eksenleri yorumlaması istendiğinde ise öğrenci x ekseninin sağa sola, y ekseninin ileri geri ve z ekseninin ise aşağı yukarı hareket ettiğini söylemiştir. Buna karşılık öğrenciye y=0'ın ne anlama geldiği sorusu yöneltilmiştir. Öğrenci ileri geri hareketin olamayacağı anlamına geldiğini söylemiştir. Araştırmacı öğrenciye çizmiş olduğu düzlemin ileri geri hareket edemeyeceğinin farkındalığını oluşturmuş ve çizmiş olduğu düzlemin dediği gibi sağa sola ve yukarı aşağı değil de yalnızca sola ve yukarı olacak şekilde çizmiş olduğunu belirttiğinde öğrenci, yalnızca pozitif bölgeleri alarak negatif bölgeleri almadığının farkına varmıştır. x=3-y denkleminden emin olup olmadığı sorulduğunda ise öğrenci, x ve y-eksenlerini kestiği noktaları birleştirmediği için nokta gibi göründüğünü dile getirmiştir.

y=0 düzlem çiziminde x ve z'nin yalnızca pozitif olduğu bölgeyi kullanan G1 kodlu, orta düzeydeki öğrenciye araştırmacı günlük yaşantıdan duvar örneğini vermiştir. Öğrenci üç yönden sadece iki yöne gidebileceğimi diğer bir yönde hiç hareket edemeyeceğini ifade ettiğinde, öğrenciye iki yön ile neyi kastettiği sorulmuştur. Öğrenci duvarları göstererek sol duvar ve üstlerini kapatan duvarın var olduğunu ancak sağ duvarın yok gibi olduğunu belirtmiştir. Araştırmacı üstlerini kapatan duvarın devam edip etmediğini sorup kendi şekliyle bunu karşılaştırmasını istediğinde ise öğrenci duvarın devam ettiğini söylemiş ancak şeklinin devam etmediğini ve 4 bölgeyi de alması gerekirken yalnızca 1 bölgeyi aldığını fark ettiğini dile getirmiş ve son olarak x=3-y düzleminden emin olup olmadığı sorulduğundaysa emin olduğunu söylemiştir.

N1 kodlu, yüksek düzeydeki öğrenciye y=0'ın üç boyutlu uzayda ne ifade ettiği soruduğunda x ve z eksenlerinin hem pozitif hem de negatif taraflarında hareket eden bir düzlem ifade ettiğini söylemiştir. Araştırmacı bu söylediğini dikkate alarak şeklini incelemesini istediğindeyse z ekseninin negatif tarafını almayı unuttuğunu fark etmiştir. Araştırmacı bu tür çizimler için önerisi olup olmadığını sorduğunda ise öğrenci genelde iki boyutta hata yapılmadığını, üç boyutluda negatif tarafların unutulabildiğini söyleyerek buna çözüm olarak derslerde sürekli olarak negatif taraflarının gösterilmesi gerektiğini sunmuştur.

S1 kodlu, orta düzeydeki öğrencinin ise x, y ve z eksenlerinin yerlerini değiştirdiği gözlemlenmiştir. Öğrencinin y ve z eksenlerinin yerini değiştirmiş olduğu yönünde rehberlik edildiğinde ise bunun sıkıntı olmadığını ve hepsinin birbirlerine dik olmalarının yeterli olduğunu söyleyerek cevabından emin olduğunu belirtmiştir.

IJTASE
ISSN: 2146 - 9466
www.ijtase.net
International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education – 2021, volume 10, issue 5, Special Issue.

y=0 düzlemini çizebilen öğrenci sayısı oldukça azdır ve çizebilen öğrencilerin z=1 düzlemini de doğru çizdiği gözlemlenmiştir. Bunun bir şeyi değiştirip değiştirmeyeceği sorulduğunda ise öğrenci değiştirmeyeceğini ve tüm eksenlerin birbirine dik olmasının yeterli olacağını söylemiştir. Düzlem denkleminde x, y veya z'den birinin veya ikisinin olmaması halinde de bu denklemin yine de düzlem belirtip belirtmediği sorulduğunda ise, öğrenci düzlemin olmayan ekseni kesmeyeceğini dile getirerek düzlem belirteceğini ifade etmiştir.

İncelemeler sonucunda her düzeyden öğrencinin koordinat eksenlerinin değişmesinin sorun olmayacağını ve eksenlerin birbirlerine dik olmasının yeterli olacağını belirttiği gözlemlenmiştir. Klinik görüşmeye katılan öğrencilerin hepsinin düzlem denkleminde x, y veya z'den birinin veya ikisinin olmaması halinde yine de düzlem belirttiğini bildikleri görülmüştür.

SONUÇ VE TARTIŞMA

Öncelikle öğrencilerin düzlem denkleminde bulunan A, B, C ve D'nin ne anlama geldiklerini yazmadıklarına dikkat edilmiştir. Bu durum incelendiğinde ise üç düzeydeki öğrencilerin bu ifadeleri eksik ya da hatalı bildikleri görülmüştür. Bunun sebebinin ise düzlem kavramının öğretiminde tek tip form kullanılması olduğu düşünülmektedir. Bu bağlamda kavram öğretiminde birden fazla tanım ve örnek verilmesi gerektiği düşünülmektedir.

Düzlemin yalnızca R^3'te olduğunu ve R^2'de bir düzlem belirtilemeyeceğini düşünen öğrenciler bulunduğu ve her üç düzeyde de R^2'de düzlem olup olmadığı hakkında net fikirlerin olmadığı görülmüştür. Bunun nedeni R^3'te düzlem çizimini bilişsel yapılarında oluşturamamaları ve düzlemin derinlik algısının olmasıdır. Öğrenci bu sebeple R^2'de derinlik yoktur ve bu sebeple düzlem de belirtilemez deme yoluna gitmektedir. Kavram imajının, kavram tanımının yanı sıra kavramla ilgili örneklerden ve öğrencinin öğretim yaşantılarından da şekillenmektedir (Vinner & Dreyfus, 1989). Bu durumda cinsiyet faktörünün önemli olmadığı sonucuna varılmıştır.

Her üç düzeyden öğrencilerin açıklama ve örneklerinin daha çok R^2'de düzleme uygunluk sağladığı görülmüştür. Yapılan araştırmada en yüksek puanın ikinci açık uçlu soruda olduğu görülmüştür. Bunun sebebinin ise bu sorunun günlük yaşantı ile ilişkilendirilebilen ve somutlaştırabilmeye uygun oluşu olarak düşünülmektedir. Burada somut olarak düşünmenin ve kavramlar hakkında olabildiğince fazla pozitif imaj oluşturmanın faydasına dikkat çekilmektedir. En büyük hata öğrencilere formül ezberleterek öğrencileri kavramın esas anlamından uzaklaştırmaktır. Araştırmamızda ulaştığımız bu bulguyu destekleyen açıklamayı yapan Öner ve Ertekin (2015), öğretmen adaylarının kavram imajları, ilköğretimden lisansa kadar aldıkları eğitimler ve günlük yaşamlarında karşılaştıkları durumla ile şekillendiğini söylemektedir.

Öğrencilerden düzlem ailesine yönelik örnek vermeleri istendiğinde genel olarak benzer örnekler verdikleri görülmüştür. Klinik görüşmelerde başka örnekler vermeleri istendiğinde ise genelinin mevcut örnekten yola çıkarak yeni örnekler verebildiği gözlemlenmiştir. Buradan günlük yaşantılarla bağlantılı olan kavramların daha akılda kalıcı olduğu sonucuna varılabilmektedir.

Hiçbir öğrencinin tam (3) puan alamamış olduğu üçüncü açık uçlu soruda ise bunun sebebinin formüle edemeyişleri veya ispat yoluna gitmemiş olmalarıdır. Bir diğer neden olarak somut düşünmeye açık bir soru olmayışı söylenebilir.

Doğruya dik iki düzlemin paralel olabileceğini çoğu öğrenci söylemiştir ancak bu düzlemlerin çakışık da olabileceğinin ayırdına varabilmeleri için araştırmacının yönlendirmesi gerekmiştir. Ellerini ve kalemi kullanarak somut bir şekilde düşünmeye teşvik edilen öğrencilerin bu iki düzlemin çakışık da olabileceğini fark ettikleri görülmüştür. Bu da bizlere günlük hayattan örnekler verilmesinin veya kavramın somutlaştırılmasının kavram imajı geliştirmemizde ve kavramı içselleştirmemizde yararlı olduğunu göstermektedir.

Düzlem çizme konusunda düşük düzeyden hiçbir öğrenci tam (3) puan alamadığı görülmüştür. Buradan orta ve yüksek düzeydeki öğrencilerin düşük düzeydeki öğrencilere kıyasla düzlem çizmeye yönelik kavram imajlarının daha gelişmiş olduğunu göstermektedir. Markey (2009) da çalışmasında görsel-uzamsal becerinin, matematik ve geometrideki başarı düzeyini etkileyen bir faktör olduğunu ortaya koymuştur.

Öğrencilerin üç boyutlu koordinat sisteminde düzlem çiziminde negatif tarafları almadıkları görülmüş ve her düzeyden öğrencinin eksenlerin yerinin değişmesinin sorun olmadığı, birbirlerine dik olmalarının yeterli olduğu açıklamasını yaptığı gözlemlenmiştir.

Bu bağlamlarda öğretmenlerin düzlem kavramına yönelik öğrencilerin kavram imajlarını dikkate almaları önemlidir.

Sonuç olarak düzlem kavramı öğrencilerin eğitim ve öğretim hayatlarında erken yaşlarda karşılaşıp lisans öğretimlerinin sonuna dek kullandıkları bir kavramdır. Ancak buna rağmen istenilen düzeyde kavram imajlarına sahip olmadıkları sonucuna varılmıştır. Çalışmanın bulguları alanyazında aynı alan üzerine çalışılmış çalışmaların bulgularını destekler niteliktedir.

Öneriler

Öğrencilere kavram öğretilirken formül ezberletmeye çalışmanın kavramın esas anlamından uzaklaşılmasına sebep olmaktadır. Bu alanda inceleme yapılırken birçok kitap, makale, dergi ve çevrimiçi konu anlatımlarına bakılmıştır. İncelenen kaynaklardan bu kavramın ne olup ne olmadığını belirten çok az sayıda kaynak olduğu görülmüştür. Bu durumu destekleyen araştırmacı Ulusoy (2013), hazırlanılan öğretmen kılavuz kitaplarında kavram tanımlarına dair yetersiz bilgi olduğunu söylemektedir (Aktaran: Sitrava, 2017).

Öğretmen adaylarının kavramla ilgili öğrencilerde yanlış imaj oluşumlarına sebep olmamaları için kavramın tanımını iyi bir şekilde anlamış olmaları gerekmektedir. Öğretmenlerin, öğretmen adaylarına öğretilen kavramların tanımlarına uygun, destekleyici uygulamalar ve etkinlikler yapılmaları önerilmektedir. Ayrıca öğretmen kılavuzlarını düzenleyen program geliştirme uzmanları ve yazarların kavram tanımına yaklaştıran kaynaklar oluşturmaları önerilmektedir.

Görsel öğrenmelere dayanan geometri dersinde görsel örneklere verilen yerin arttırılması önerilmektedir. Ayrıca dinamik geometri yazılımlarının kullanımının kavram imajı oluşumuna yararlı olacağı düşünülmektedir. En iyi öneri, matematik ve geometri alanlarında kavram tanımlarını öğretirken günlük hayatla ilişkilendirerek deneyimler üzerine kavram imajı inşa edilmesi olacaktır.

Sonuçlar farklı bölüm ya da farklı fakülte öğrencileri ile çalışılıp karşılaştırılabilir. Çalışma grubu değiştirilerek öğretmenlerle de çalışılabilir.

KAYNAKÇA

Altun, M. (2002). İlköğretim ikinci kademede matematik öğretimi. 10. Baskı, Alfa Yayınları, Bursa.

Attorps, I. (2006*). Mathematics teachers' conceptions about equations*. University of Helsinki, Faculty of Behavioural Sciences Department of Applied Sciences of Educations, Research Report 206.

Avgören, S. (2011). *Farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin katı cisimler (prizma, piramit, koni, silindir, küre) ile ilgili sahip oldukları kavram imajı*. (Yüksek lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara).

Bakanlığı, M. E. (2018). Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar). *Ankara: MEB Yayınları*.

Bingolbali, E., Monaghan, J., & Roper, T. (2007). Engineering students' conceptions of the derivative and some implications for their mathematical education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 38(6), 763-777.

Davey, L. (1991). The application of case study evaluations. ERIC/TM Digest, 71.

Delice, A., & Sevimli, E. (2011). İntegral kavramının öğretiminde konu sıralamasının kavram imgeleri bağlamında incelenmesi; belirli ve belirsiz integraller. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 30(30), 51-62.

Dictionnaire, G. (1993). Dictionnaire Francais Anglais/Anglais-Francais. *Paris: Larousse*.

Eraslan, A. (2005). Qualitative Study: Algebra Honor Students' Cognitive Obstacles as They Explore Concepts of Quadratic Functions. Electronic Theses [Treatises and Dissertations]. Paper 557; 2005.

Gülkılık, H. (2008). Öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlarla ilgili sahip oldukları kavram imajlarının ve imaj gelişiminin incelenmesi üzerine fenomenografik bir çalışma. (Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara).

Hacısalihoğlu, H. H. (1995*). 2 ve 3 boyutlu uzaylarda analitik geometri.* Ankara.

Hartter, B. J. (1996). Concept image and concept definition for the topic of the derivative.

Karakuş, F. (2018). Sınıf öğretmeni adaylarının silindir ve koniye yönelik kavram imajlarının incelenmesi. *Elementary Education Online*, 17(2).

Kılıç, A. S., Temel, H., & Şenol, A. (2015). Öğretmen adaylarının "nokta, doğru, düzlem ve açı" kavramları hakkında bilgi düzeyleri ve kavram yanılgılarının incelenmesi. Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, (26), 205-229.

Kurumu, T. D. (1975). Toplumbilim terimleri sözlüğü. *Ankara: TDK.*

Markey, S. M. (2009). The relatıonshıp between vısual-spatıal reasonıng abılıty and math and geometry problem-solvıng. Yayınlanmamış doktora tezi, Amerıcan Internatıonal College, Sprıngfıeld, Massachusetts.

Meehan, M. (2002). Students meeting advanced mathematics for the first time: Can mathematics education research help. *Irish Mathematical Society Bulletin*, *49*, 71-82.

Öner, A. (2013). Bilgisayar destekli öğretimin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının trigonometrik fonksiyonların periyotlarıyla ilgili kavram imajlarına etkisi. (Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi).

Öner, A & Ertekin, E. (2015). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Periyot Kavramıyla İlgili Kavram İmajları. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 35*(2), 333-353.

Przenioslo, M. (2004). Images of the limit of function formed in the course of mathematical studies at the university. *Educational Studies in Mathematics*, 55(1-3), 103-132.

Rösken, B., & Rolka, K. (2007). Integrating intuition: The role of concept image and concept definition for students' learning of integral calculus. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3, 181-204.

Sevimli, E., & Delice, A. (2012). The relationship between students' mathematical thinking types and representation preferences in definite integral problems. *Research in Mathematics Education*, *14*(3), 295-296.

Shama, G. (1998). Understanding periodicity as a process with a gestalt structure. *Educational Studies in Mathematics*, *35*(3), 255-281.

Shriki, A., & David, H. (2001). How do mathematics teachers (inservice and preservice) percieve the concept of parabola?. In PME CONFERENCE (Vol. 4, pp. 4-169).

Sitrava, R. T. (2017). Matematik öğretmeni adaylarının cebirsel ifadelere ve denklemlere ilişkin kavram imajları. *Cumhuriyet International Journal of Education*, *6*(2), 249-268.

Soğancı, Ö. (2006). *Öğreniminde ve öğretiminde öğretmen adaylarının matematiksel tanımlara yaklaşımları üzerine fenomenografik bir çalışma.* (Doctoral dissertation, Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Ankara).

Sulak, H., & Cihangir, A. (2000). Ondalık Sayıların Öğretimindeki Yanılgılar, 4. *Fen Bilimleri Eğitimi Kongresinde sunulmuş bildiri, Ankara*.

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational studies in mathematics*, 12(2), 151-169.

Van Dormolen, J., & Zaslavsky, O. (2003). The many facets of a definition: The case of periodicity. *The Journal of Mathematical Behavior*, *22*(1), 91-106.

Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. International *Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(3), 293-305.

Vinner, S. (1991). *The role of definitions in the teaching and learning of mathematics,* (vol. 11). Advanced Mathematical Thinking, Netherlands.

Vinner, S., & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for research in mathematics education*, 356-366.

Wawro, M., Sweeney, G. F., & Rabin, J. M. (2011). Subspace in linear algebra: Investigating students' concept images and interactions with the formal definition. *Educational Studies in Mathematics*, *78*(1), 1-19.

Wilson, M. R. (1993). One Preservice Secondary Mathematics Teacher's Evolving Understanding of Mathematical Functions.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (1999). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma teknikleri* [Qualitative research techniques in social sciences]. Ankara, Turkey: Seçkin Yayınevi."

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (7. Baskı) Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yüce, S. (2020). *Analitik Geometri*. Pegem Akademi Yayıncılık.

EXTENDED ABSTRACT

Concepts; they enable to presenting event, object, naming ideas, express with symbols, give meaning and presentaiton. The concept image is the projection of these concepts to people's minds, that is, all the pictures, events, thoughts that come to life about the concept in the mind of people. Researchers Tall and Vinner, who introduced the concept definition and concept image structure for the first time in 1981, stated that the concept definition is the whole word used to indicate the current concept, and the concept image is used to express all the cognitive structures mentioned with the concept. Tall and Vinner (1981) argued that during the cognitive processes of remembering and manipulating a concept, a number of related processes were introduced that, either consciously or unconsciously, affect semantics and usage patterns. It would be appropriate to define the concept image for the total cognitive construction consisting of a combination of all cognitive visuals, concept-related features and processes that affect the concept consciously or unconsciously. We encounter the concept image structure in many areas. In the field of mathematics, which is our field of study, the concept image has a great importance in the analysis of students' ability to generate mathematical ideas. The concept image examines the structural features of mathematical theories and provides depth in this regard. Investigating the concept images of plane subject in three-dimensional Euclidean space of undergraduate students with different levels forms the basis of the research and thus, it is thought that the data obtained will contribute to the studies in the related field. Euclidean geometry, which is the subject of the study, is an area that we have encountered in our formal and informal education since primary school. The undergraduate level of the research we conducted to examine this field within the framework of the concept image was determined as the 3rd grade of primary school mathematics teaching. The study was carried out in a state university of Izmir province in the 2019-2020 academic year. In the study, firstly, concept images of plane subject was determined in three dimensional Euclidean space of undergraduate students. Then, in the three dimensional Euclidean space, semi-structured clinical interviews were conducted with students selected at different levels among the undergraduate students whose concept images related to plane subject were examined. The pattern of the study is a case study model, which is one of the qualitative research methods. In the study, 4 open-ended questions were created by the researcher to determine the concept images of undergraduate students by taking expert opinions. 4 open-ended questions were asked to determine the concept images related to plane subject in the three-dimensional Euclidean space. developed by the researcher to 80 elementary mathematics teaching 3rd grade undergraduate students determined by the appropriate sampling method, one of the non-random sampling methods. Afterwards, the answers of 80 undergraduate students, where open-ended questions were applied, were evaluated by applying Rubrik. Based on the results obtained in the study conducted on 80 people according to the rubric scoring key, 4 low (2 girls, 2 boys), 4 medium (2 girls, 2 boys) 4 good level with maximum diversity sampling semi-structured clinical interviews were conducted with 12 undergraduate students selected as good (2 female, 2 male). In semi-structured interviews, each student was subjected to a separate interview process. The interviews were recorded on video, and the parts deemed necessary by the researcher were recorded with written documents. At the end of our study, where we provided diversification using multiple data collection methods (Open-ended questions, semi-structured interview), all data obtained were analyzed in depth with content analysis, which is one of the qualitative data analysis methods. In the third open-ended question, where none of the students received full (3) points, the reason for this is that they could not formulate or resort to proof. As another reason, it can be said that there is no question open to concrete thinking. In the second question with the highest score, the students were asked to give examples for the plane family and it was seen that they gave similar examples in general. When they were asked to give other examples in clinical interviews, it was observed that most of them could give new samples based on the existing sample. From here, it can be concluded that concepts associated with daily life are more catchy. It

shows that the reflection of concept images on the plane drawing is visibly affected compared to the students at the middle and good level. The best suggestion for this situation is to integrate the formal definitions used for teaching mathematics and geometry with daily life and to create a concept image with experience and experiences.