IJTASE

ISSN: 2146 - 9466
www.ijtase.net

International Journal of New Trends in Arts, Sports &Science Education - 2016, volume 5, issue 1

TÜREVİN SEMBOLİK VE SÖZEL TEMSİLLERİNİN KULLANILABİLME DÜZEYİNE İLİŞKİN BİR İNCELEME*

AN INVESTIGATION ON THE LEVEL OF USING SYMBOLICAL AND VERBAL REPRESENTATIONS OF DERIVATIVE

Yrd. Doç. Dr. Meryem Özturan Sağırlı
Erzincan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Erzincan/Türkiye
msagirli@erzincan.edu.tr

Yrd. Doç. Dr. Fatih Baş
Erzincan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Erzincan/Türkiye
fbas@erzincan.edu.tr

Yrd. Doç. Dr. Ömer Faruk Çetin
Erzincan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Erzincan/Türkiye
ofaruk@erzincan.edu.tr

Arş. Gör. Zeynep Çakmak
Erzincan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Erzincan/Türkiye
zcakmak@erzincan.edu.tr

Doç. Dr. Mehmet Bekdemir
Erzincan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Erzincan/Türkiye
mbekdemir@erzincan.edu.tr

Doç. Dr. Muzaffer Okur
Erzincan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Erzincan/Türkiye
mokur@erzincan.edu.tr

Doç. Dr. Arif Dane
Erzincan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Erzincan/Türkiye
adane@erzincan.edu.tr

Özet
Bu araştırmanın amacı matematik öğretmen adaylarının türevin çoklu temsillerinden olan sembolik ve sözel temsili kullanılabilme düzeylerini incelemektir. Durum çalışması yöntemi temel alınarak tasarlanan araştırma 66 öğretmen adayının katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Hazırlanan açık uçlu anket kullanılarak toplanan veriler betimsel analize tabi tutulmuştur. Analizler sonucunda katılımcıların türevin sembolik gösterimlerini sözel gösterimlere ayrıca sembolik gösterimler içerisinden de$\frac{df}{dx}$(daha çok türev alma kurallarının kullanımında yararlanılan) gösterimini,$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$(bir noktada türev kavramını ifade etmede yararlanılan) ve$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$(türev tanımı kullanılarak bir fonksiyonun türev fonksiyonunu bulmada yararlanılan) gösterimlerine kıyasla dahaetkin kullandıkları belirlenmiştir. Ulaşılan sonuçlar ışığında; türev konusunda kullanılan çoklu temsillerin her birine vurgu yapacak ve aralarındaki geçişi güçlendirecek bir öğretim ortamı hazırlanmasının temsillerin doğru kullanım oranını artıracağı düşünülmektedir.
Anahtar Kelimeler: Çoklu temsil, türev, sembolik gösterim, sözel gösterim

Abstract
The aim of this study is to investigate the level of pre-service mathematics teachers in using symbolical and verbalre presentation whichare of multiple representations of derivatives. The research formed on the basis of case study method, were held with the perticipations of 66 pre-service mathematics teachers. Data, collected with an open-ended questionairre prepared before, analyzed by descriptive analysis. At the end of the analyses, it is determined that the participants used the symbolical representations of derivative more effectively compared with verbalre presentations, moreover, among the symbolical representations, the representation $\frac{df}{dx}$ (mostly applied in using differentiating rules) were used effectively rather

* Bu araştırmada elde edilen sonuçlar XI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulmuştur.

than $\lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ (at at pointused for expressing the concept of derivative) and $\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ (used in calculating the derivative function of a function applying the definition of derivative). In accordance with the results, it is thought that preparing a teaching environment that put importance on each multiple representations on thetopic of derivative and support the transition among them will increase the rate of properuse of representations.
Keywords:multiple representation, derivative, symbolic representations, verbalre presentations

GİRİŞ

Matematik öğretiminde kavramsal anlamave kavramsal öğrenme oldukça önemli bir yere sahip olup (Baki, 2006) bu konu geçmişten günümüze birçok araştırmanın da temelinde yer almıştır (Delice ve Sevimli, 2010; Skemp, 1978 vb.). Kavramsal öğrenme matematiği birbirine bağlı kavramlar ve düşünceler ağı gibi görüpbunları öğrencinin bizzat kendisinin yapılandırmasınıgerektirir (Baki, 2006).Bunun etkili bir şekilde başarılabilmesindeise hiç şüphesiz en önemli rollerden biri de çoklu temsillerin kullanılabilmesidir(Eroğlu ve Tanışlı, 2015; Friedlander ve Tabach, 2001; Keller ve Hirsch, 1998; Porzio, 1994; ZazkisandLiljedahl, 2004).

Goldin ve Kaput (1996) temsili, matematiksel bir kavramın farklı gösteriliş biçimlerinden her birine verilen ad olarak tanımlamaktadır.Kavramın yapısına göre "her biri o kavramı farklı şekillerde tanımlayabilen" iki veya daha fazla temsile sahip olması mümkündür (Kabaca, Çontay ve İymen, 2011).Özel dil, semboller, grafikler ya da diğer temsil biçimleri gibi çoklu temsillerin etkili kullanımı matematiksel ilişkilerin ve durumların kavramsal olarak öğrenilebilmesinde oldukça önemlidir (Amoah ve Laridon, 2004; Baştürk, 2010; Cramer ve diğer. 2002). Örneğin, öğrencilerin grafik ve cebirsel gösterimler arasındaki ilişkiyi keşfetmeleri matematiksel kavramları daha iyi anlamalarına katkı sağlayabilir (Aspinwall ve Shaw, 2002). Bu öneminden hareketle çoklu temsillerin kullanımına ulusal ve uluslararası öğretim programlarında-standartlarında vurgu yapılmıştır. Örneğin; ülkemizde matematik öğretim programında da ilişkilendirme becerisinin gelişiminin bir göstergesi olarak "*matematiksel kavram ve kuralların farklı temsil biçimlerini birbiriyle ilişkilendirme ve birbirine dönüştürme"*nin kazanılmış olması hedeflenmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı-MEB, 2013). Ayrıca Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM-NationalCouncil of Teaching of Mathematics) tarafından da;*matematiksel fikirlerin ve ilişkilerin ifade edilmesinin çok güçlü yöntemleri olarak diyagram, manipulatif, grafik, tablo ve sembollerin kullanılmas*ına vurgu yapılmakta ve yeni bir fikrin, kavramın derinlemesine anlaşılması için bir temsilden diğerine geçişin oldukça mühim olduğu belirtilmektedir (NCTM, 2000).

Çoklu temsillerin matematik öğretim sürecindeki yerinin öğreticiler açısından da farkında olunması oldukça önemlidir. Tuluk (2014) öğretmen ve öğretmen adaylarının bir temsilden diğerine geçerken her temsili öğrenilecek bağımsız bir konu olarak görmemeleri gerektiğini örneğin, düzlemde iki noktadan geçen bir doğruyu denklem olma özelliği ile birlikte noktaların bir cetvelin kenarına birebir yerleştirilerek elde edilişiyle yani cebir, analitik ve sentetik geometriyi bir bütün olarak düşünmeleri ve ifade etmeleri gerektiğini vurgulamıştır. Ayrıca çoklu temsillerin kullanımı sadece öğretim süreci boyunca değil aynı zamanda değerlendirme sürecinde de önemli bir yere sahiptir. Lesh ve Doerr (2003, s.13) öğrencilerin düşüncelerini sunmak veya kavramsal sistemlerini anlatabilmek için kaç tane çoklu temsil biçimleri kullanabildiklerinin oldukça önemli bir nokta olduğunu; çünkü öğrencilerin kullandıkları temsil biçimlerinin buzdağlarına benzediğini yani tek bir sunum aracılığıyla öğrencinin sahip olduğu bilgilerin çok büyük bir kısmının gözlemlenemeyeceğini ifade etmiştir. Bu durumla ilgili olarak Goerdt (2007) ise derslerin farklı temsillerden yararlanılarak sunulması ve değerlendirme sürecinde temsil geçişlerini ölçen sorulara yer verilmesinin, bu beceriyi olumlu yönde etkileyebileceğini söylemiştir.

Matematikte bir kavram birden fazla temsile sahipolabilmektedir. Bu açıdan ele alındığında türev konusu yapısı gereği çoklu temsillerin kullanımına en müsait olan kavramlardan biridir (Asiala, Cottrill, Dubinskyve Schwingendorf, 1997; Giraldo, Tall ve Carvalho, 2003). Çünkü türev kavramı grafiksel olarak bir eğriye bir noktada çizilen teğetin eğimi, sembolik olarak farkların oranının limiti

($\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$), fiziksel olarak hız ve sözel olarak da anlık değişim oranı olarak çok farklı şekillerde temsil edilebilir (Zandieh, 2000).

Literatür incelendiğinde türev konusunda kullanılan çoklu temsiller üzerine hem yurt dışında hem de ülkemizde birçok araştırmanın yapıldığı görülmektedir.Yurt dışında yapılan çalışmalar incelendiğinde özellikle türevin eğimle olan ilişkisi bağlamında incelenen grafiksel temsiliyle ilgili olduğu görülmüştür. Bu çalışmaların başlangıcını (Orton, 1983)'un araştırmasındaki katılımcıların "türevin grafiksel sunumunu kullanmada ve yorumlamada birçok zorluk yaşaması" sonucunun çekmiş olacağı düşünülmektedir. Daha sonraki araştırmalarda katılımcıların türevin geometrik anlamını bilme durumları (Amit andVinner, 1990), eğim kavramını anlama durumları (Schoenfeld, Smith, andArcavi, 1990), bir fonksiyonun grafiği ve fonksiyonun türevinin grafiğini anlama durumları (Asiala vd. 1997), bir noktadaki türevi anlamalarında grafik çizimlerinde kullanılan hesap makinelerinin (graphiccalculator) etkisi (Serhan, 2006) şeklinde açıklanabilir. Ayrıca Bingölbali, Monaghan ve Roper (2007) tarafından mühendislik ve matematik bölümü öğrencilerini türevin sembolik ve sözel gösterimine verdikleri anlam bakımından karşılaştıran bir araştırmada bulunmaktadır. Ülkemizde yapılan çalışmalar daamaçsal olarak kısaca şu şekilde özetlenebilir. Ubuz (2007) tarafından öğrencilerin görsel düşünme becerilerini dikkate alarak, fonksiyonun ve türevinin grafiğini nasıl oluşturdukları, yorumladıkları ve değerlendirdikleri araştırılmıştır. Özmantar, Akkoç, Bingölbali, Demir ve Ergene (2010) teknolojiyle zenginleştirilmiş bir ortam desteği vererek öğretmen adaylarının türev konusunda çoklu temsilleri kullanma durumlarını incelemiştir. Sağlam ve Bülbül, (2012)tarafından yapılan çalışmalarda öğretmen adaylarının matematik sorularını görsel ve analitik çözme tercihleri incelenmiştir. Hacıömeroğlu, Hacıömeroğlu, Güzel ve Kula (2014), türev ve integral sorularını çözme tercihlerini belirlemek için bir ölçme aracı geliştirmiş ve bu araç vasıtasıyla öğretmen adaylarının türev ve integral sorularını çözerken görsel ve analitik çözme tercihlerinin incelenmesini amaçlamıştır.

Türev konusunda öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmalar değerlendirildiğinde çalışmalardaözellikle grafiksel temsilin ağırlıklı olarak ele alındığı ve tüm temsil biçimlerine yönelik kullanım tercihlerinin ortaya konmaya çalışıldığı söylenebilir. Bu araştırmada da öğretmen adaylarının türev konusundaki sembolik ve sözel temsilleri kullanabilme durumlarının detaylıca ele alınması amaçlanmış ve bu amaç doğrultusunda;

1. Türevin sembolik olarak "$lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$, $\frac{d}{dx}$, $lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$"şeklindeki farklı gösterimlerinin öğrenciler tarafından kullanılabilme düzeyi nedir?
2. Türevin sözel temsilinin öğrenciler tarafından kullanılabilme düzeyi nedir?

sorularına cevap aranmıştır.

YÖNTEM

Bu araştırma McMillan (2000)'nin ifadesi ile bir olayın derinlemesine incelemesine imkân tanıyan nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması yöntemi temel alınarak tasarlanmıştır. Yöntemin seçilmesindeki temel neden katılımcılarının türevin çoklu temsillerinden sembolik ve sözel gösterimleri kullanabilme durumlarını genelleme amacı gütmeden belirlenen durum üzerinde detaylıca ortaya koyabilmektir.

Çalışma Grubu

Çalışma grubu; 2013-2014 öğretim yılı güz yarıyılında öğrenim görmekte olan 66 ilköğretim matematik öğretmenliği ikinci sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Katılımcıların belirlenmesi sürecindeamaçlı örnekleme yöntemlerinden gözlem birimlerinin belli niteliklere sahip kişilerden oluşturulması amacıyla ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem, belirlenen bir ölçütün kullanılarak araştırma grubunun oluşturulması şeklinde tanımlanmaktadır (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2011). Öğretici ve zamandan kaynaklı hataların mümkün olduğunca azaltılabilmesi adına aynı öğretici ve eş zamanlı öğrenme durumlarının sağlanabilmesi amacıylaAnaliz

I dersine devam etme ölçütü temel alınmıştır. Katılımcılar belirlenen çoklu temsillerle ilgili işlemleri yapabilecek alt düzey matematiksel işlem becerilerine sahiptir.

Veri Toplama Aracı ve Verilerin Toplanması

Veriler konu kapsamında hazırlanan acık uçlu anket yardımıyla toplanmıştır Anketin hazırlanma ve uygulanma süreci kısaca şu şekilde özetlenebilir.

Anketin Hazırlanması: Anketin hazırlanma analiz dersinde iki ve matematik eğitimi alanında dört olmak üzere toplam altı kişi görev almıştır. Ankette kullanılacak soruların belirlenmesi için öncelikle ilgili literatür ve kaynak kitaplar incelenerek bir soru havuzu oluşturulmuştur. Muhtemel sorular ve içerikleri belirlendikten sonra ele alınan her bir gösterim (alt gösterim) için bir soru olacak şekilde toplam dört sorunun kullanılmasına karar verilmiş, sorular ve sembolik-sözel anlamları aşağıda belirtilmiştir.

1. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + 10, & x \geq 1 \\ 2x^2 + x + 11, & x < 1 \end{cases}$ *fonksiyonu veriliyor.* $\lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ *neye eşittir? (bir fonksiyonun bir noktadaki türevini bulma)*
2. $\frac{d}{dx}\left\{\frac{x^2+5x-2}{3x^2-x+3}\right\}$ *işleminin sonucunu bulunuz. (türev alma kurallarını kullanarak bir fonksiyonun türev fonksiyonunu belirleme)*
1. $f(x) = 2x^{71}$ *olduğuna göre* $\lim_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ *işleminin sonucunu bulunuz. (türev tanımını kullanarak bir fonksiyonun bir noktadaki türevini bulma)*
2. *Mineral Tüketimi Problemi: Amerika Birleşik Devletlerinin yıllık bakır tüketimi bin metrik ton cinsinden yaklaşık olarak*

$p(t) = 27t^2 - 75t + 6{,}015$

fonksiyonu ile veriliyor (t zamanı gösteriyor ve t=0, 1990 yılına karşılık gelmektedir. Bu durumda p(20) ve $p'(20)$ *in ne anlama geldiklerini yorumlayınız. (türev fonksiyonunun bir noktadaki değerinin anlamını sözel olarak ifade etme)*

Ardından ilgili yönergeler hazırlanarak taslak form oluşturulmuş, yapılan dil incelemesi sonucunda ankete son şekli verilmiş ve oluşturulan form Türevin Farklı Temsileri Formu (TFTF) olarak adlandırılmıştır.

*Verilerin Toplanması:*Anket formu katılımcılara sunulmuş ve formu doldurmaları talep edilmiştir. Bu süreçte katılımcıların birbirlerini etkilememeleri mümkün olduğunca engellenmiştir. Yaklaşık 50 dakikalık bir süre sonunda katılımcıların tamamı tarafından form doldurulmuştur. Toplanan formlar derlenerek analize hazır hale getirilmiştir.

Verilerin Analizi

Analiz sürecindeelde edilen verileri daha önceden belirlenen temalara göre düzenleyerek özetlenmiş ve yorumlanmış bir biçimde sunmak amacıyla betimsel analiz yöntemi(Yıldırım ve Şimşek, 2006) kullanılmıştır. Öncelikle yapılacak analizin güvenirliği sağlayabilmek amacıyla analiz sürecine yol gösterecek kod ve temaları gösteren yapı belirlenmiştir. Bunun için formlardan bir kısmı araştırma grubu tarafından toplu olarak incelenmiş ve yapılacak analizle ile ilgili fikir paylaşımlarında bulunulmuştur. Ardından her bir kâğıt araştırmacılar tarafından incelenmiş ve kullanılabilecek taslak kod listeleri hazırlanmıştır. Hazırlanan taslak listeler araştırmacılar tarafından incelenmiş ve örnekler ışığında kod listesine son şekli verilmiştir. Doğru, kısmen doğru ve yanlış şeklinde üç kategori oluşturulmuş ve her bir temsil biçimi için farklı kodlar belirlenmiştir. Hazırlanan yapı kullanılarak veriler araştırmacılar tarafından birlikte ve eş zamanlı olarak analiz edilmiştir. Analiz sonuçlar bir araya getirilmiş, fikir ayrılıklarına düşülen noktalar tartışılmıştır. Bu duruma bir örnek şu şekilde verilebilir;

IJTASE
ISSN: 2146 - 9466
www.ijtase.net
International Journal of New Trends in Arts, Sports &Science Education - 2016, volume 5, issue 1

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1}\frac{x^2+3x+10-14}{x-1}$$

$f(1) = 1+3+10$
$= 14$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{x^2+3x-4}{x-1} = \frac{0}{0}$$ belirsizliği var. Bu belirsizliği ortadan kaldırmak için ortak çarpan parantezine aldım.

$$= \lim_{x\to 1}\frac{\cancel{(x-1)}(x+4)}{\cancel{(x-1)}}$$

$$= \lim_{x\to 1}(x+4)$$

$$= 5$$

Ö44 Kodlu katılımcı cevabı

Yukarıda Ö44‘e ait olan katılımcı cevabı sembolü tanıyamama ve parçalı fonksiyon özelliğine ait x=1 kritik noktasındaki fonksiyonun hareketini incelememeden kaynaklı özelliklerinden dolayı yanlış kategorisine alınabileceğine dair görüş belirten iki uzman olsa da oy birliği ile “Parçalı tanımlı fonksiyonda parçaların birinde x=1 dâhil olduğundan öğrenci bu parçada tanımlanan fonksiyonun bir noktasındaki türevini genel fonksiyonun türevi olarak algılamış” mantığından yola çıkılarak bu katılımcının cevabı kısmen doğru kategorisinde değerlendirilmiştir.

Tüm veriler bazında fikir birliğine varılmış ve analiz süreci tamamlanmıştır. Elde edilen bulgular tablolar halinde ve belirlenen örnek katılımcı ifadeleri kullanılarak sunulmuştur.

BULGULAR

Bu bölümde sırasıyla araştırmanın alt problemlerine yönelik elde edilen bulgular sunulmuştur.

***Türevin sembolik olarak "$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$, $\frac{d}{dx}$, $\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$" şeklindeki farklı gösterimlerinin öğrenciler tarafından kullanabilme düzeyi nedir?*Şeklindeki Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular**

Bu alt probleme cevap bulabilmek amacıyla TFTF’nin birinci, ikinci ve üçüncü sorularından elde edilen veriler betimsel analize tabi tutulmuş ve ulaşılan sonuçlar $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$, $\frac{d}{dx}$, $\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ şeklindeki her farklı gösterim biçimi tek tek ele alınarak sunulmuştur.

$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ biçimindeki sembolik gösterim $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$şekli ile öğrencilere sorulmuş ve bulgular Tablo 1’de sunulmuştur.

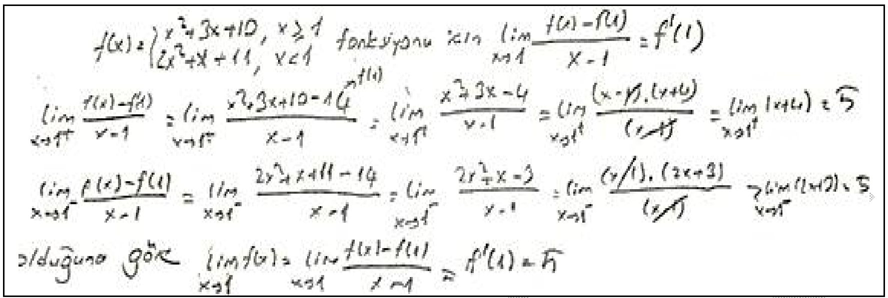
Tablo 1:Birinci alt probleme ait bulgular

Kategori	*Kodlar*	*Frekans (f)*
Doğru	Limit alma, sembolü bilme	17
	Sembolü bilme, parçalı fonksiyonun türevini alma	3
	Süreklilik bakma, sembolü tanıma	2
	Tek yönlü limit alma, sembolü tanıma	1
	Limit alma, türev alma	1
	Atama yapma, sembolü bilme	1
Toplam		25
Kısmen Doğru	Limit alma, sembolü tanımama	19
	Sembolü tanıma, limite bakma, işlem hatası	2
	Süreklilik bakma, sembolü tanımama	1
	Sürekliliğe bakma, tek yönden limit alma, sembolü tanımama	1
	Türev alma, sembolü tanımama	1
	Tek yönlü limit alma	1
Toplam		25
Yanlış	Limit alamama	5
	Limiti yanlış alma, işlem hatası	3
	Fonksiyon limiti alma	3
	Tamamen yanlış	2
Toplam		13
Boş		3

IJTASE
ISSN: 2146 - 9466
www.ijtase.net
International Journal of New Trends in Arts, Sports &Science Education - 2016, volume 5, issue 1

Tablo 1 incelendiğinde 66 katılımcıdan 25'inin cevabı (%37.9) doğru cevap kategorisinde yer alırken 25'inin cevabı (%37.9) kısmen doğru kategorisinde, 13'ünün (%19.7) cevabı yanlış kategorisinde ve 3'ünün (% 4.5) cevabı da boş kategorisinde değerlendirilmiştir. Kategoriler kendi içlerinde çeşitli kodlara ayrılmıştır.

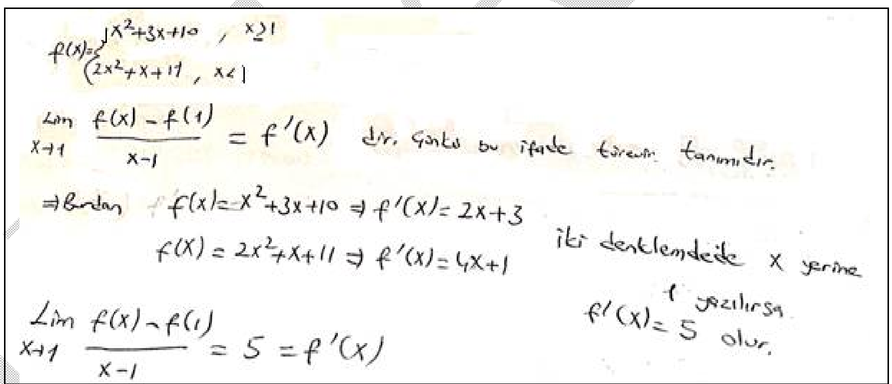
Doğru kategorisinde en yüksek frekansa sahip olan (17) *limit alma, sembolü bilme* kodu; istenen sembolik işlemde sağdan ve soldan limit alınarak sonuç doğru bulan ve sembolün o fonksiyonun 1 noktasındaki türevine eşit olduğunu söyleyen katılımcı cevaplarını yansıtmaktadır. Bu kod kapsamda değerlendirilen cevaplara ait bir örnek;



Ö1 kodlu katılımcı cevabı

şeklindedir.

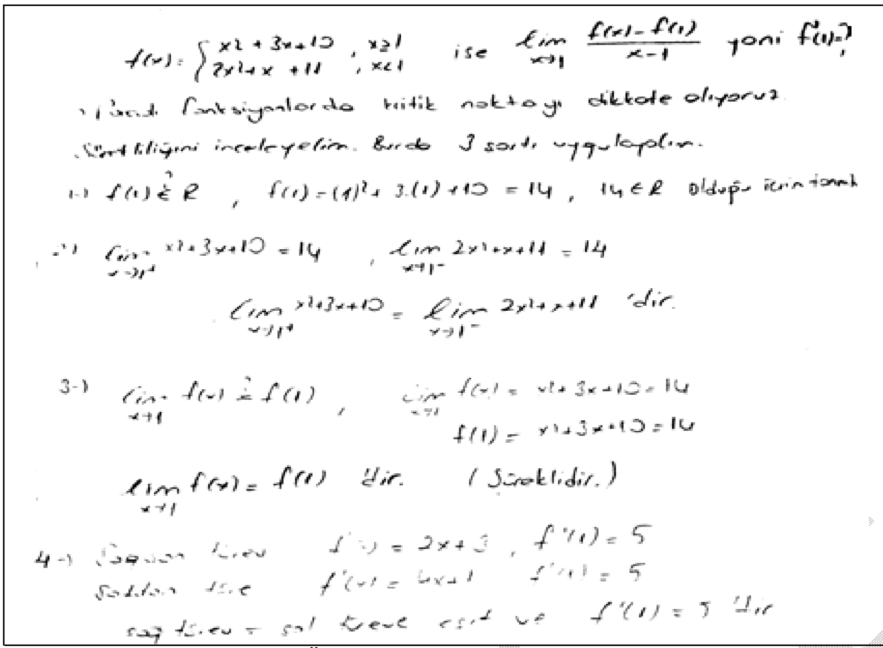
Doğru kategorisinde ikinci en yüksek frekansa (3) sahip olan *sembolü bilme, parçalı fonksiyonun türevini alma* kodu; sembolün o fonksiyonun 1 noktasındaki türevine eşit olduğunu söyleyen ve parçalı fonksiyonda türev alarak sonuca ulaşan katılımcı cevaplarını yansıtmaktadır. Bu kodun bir öncekinden farkı katılımcıların limit almadan türevle doğru sonuca gitmeleridir. Bu kod kapsamda değerlendirilen cevaplara ait bir örnek;



Ö5 kodlu katılımcı cevabı

şeklindedir.

Üçüncü en yüksek frekansa (2) sahip olan *süreklilik bakma, sembolü tanıma* kodu; parçalı fonksiyonun sürekliliğini inceleyip ve ardından fonksiyonların türevini alarak sonuca ulaşan katılımcı cevaplarını yansıtmaktadır. Bu kod kapsamda değerlendirilen cevaplara ait bir örnek;



$f(x)=\begin{cases} x^2+3x+10, & x\geq 1 \\ 2x^2+x+11, & x<1 \end{cases}$ ise $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$ yani $f'(1)=?$

Parçalı fonksiyonlarda kritik noktayı dikkate alıyoruz. Sürekliliğini inceleyelim. Burda 3 şartı uygulayalım.

1-) $f(1) \overset{?}{\in} R$, $f(1)=(1)^2+3.(1)+10=14$, $14\in R$ olduğu için tanımlı

2-) $\lim\limits_{x\to 1^+} x^2+3x+10=14$, $\lim\limits_{x\to 1^-} 2x^2+x+11=14$

$\lim\limits_{x\to 1^+} x^2+3x+10=\lim\limits_{x\to 1^-} 2x^2+x+11$ 'dir.

3-) $\lim\limits_{x\to 1} f(x) \overset{?}{=} f(1)$, $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=x^2+3x+10=14$

$f(1)=x^2+3x+10=14$

$\lim\limits_{x\to 1} f(x)=f(1)$ 'dir. (Süreklidir.)

4-) Sağdan türev $f'(x)=2x+3$, $f'(1)=5$

Soldan türev $f'(x)=4x+1$ $f'(1)=5$

sağ türev = sol türev eşit ve $f'(1)=5$ 'dir

Ö62 kodlu katılımcı cevabı

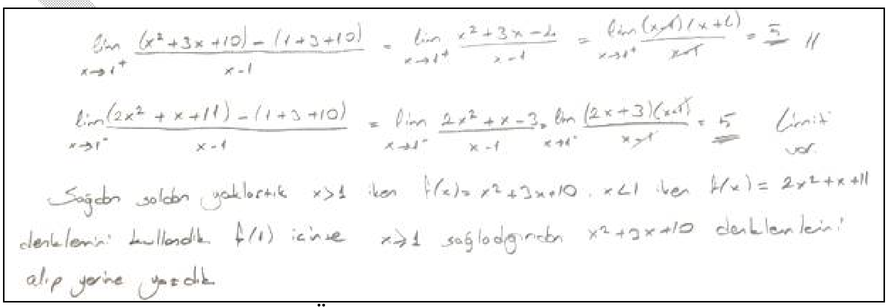
şeklindedir.

Bu kategoride frekansları birbirine eşit ve 1 olan üç farklı kod daha bulunmaktadır. Bu kodlar ve içerikleri;

- istenen sembolik işlemde sağdan limit alarak sonuca ulaşıp, türevin tanımı olduğunu söyleyen katılımcı cevaplarını yansıtan *tek yönlü limit alma, sembolü tanıma,*
- istenen sembolik işlemde sağdan ve soldan limit alarak sonuç doğru bulan ve ve parçalı fonksiyonun türevini alarak sonuca ulaşan katılımcı cevaplarını yansıtan *limit alma, türev alma*,
- x-1=h ataması yaparak sembolü yeniden tanımlayan ve bu sembolün aynı zamanda fonksiyonun 1 noktasındaki türevine eşit olduğu söyleyerek doğru sonuç bulankatılımcı cevaplarını yansıtan *atama yapma, sembolü bilme*

şeklindedir.

Kısmen doğru kategorisinde en yüksek frekansa (19) sahip olan *limit alma, sembolü tanımama* kodu istenen sembolik işlemde sağdan ve soldan limit alarak sonuç doğru bulan, fakat bu sembolün aslında türevin kendisi olduğunun farkında olmayankatılımcı cevaplarını yansıtmaktadır.Bu kod kapsamda değerlendirilen cevaplara ait bir örnek;



$\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{(x^2+3x+10)-(1+3+10)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^2+3x-4}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{(x-1)(x+4)}{x-1}=5$ //

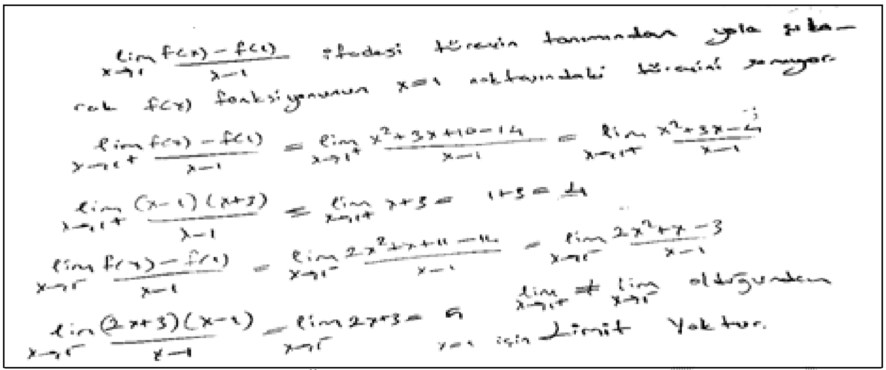
$\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{(2x^2+x+11)-(1+3+10)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x^2+x-3}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{(2x+3)(x-1)}{x-1}=5$ Limit var.

Sağdan soldan yaklaşırk $x>1$ iken $f(x)=x^2+3x+10$, $x<1$ iken $f(x)=2x^2+x+11$ denklemini kullandık $f(1)$ içinse $x\geq 1$ sağladığından $x^2+3x+10$ denklemini alıp yerine yazdık

Ö2 kodlu katılımcı cevabı

şeklindedir.

Kısmen doğru kategorisinde en yüksek frekansa (2) sahip ikinci kod olan *sembolü tanıma, limite bakma, işlem hatası*kodu; bu sembolün o fonksiyonun türevi olduğunu söyleyen ama yine de sağdan ve soldan limite bakan ve limite bakarken de yanlış sonuca ulaşan katılımcı cevaplarını yansıtmaktadır. Bu kod kapsamda değerlendirilen cevaplara ait bir örnek;



Ö22 kodlu katılımcı cevabı

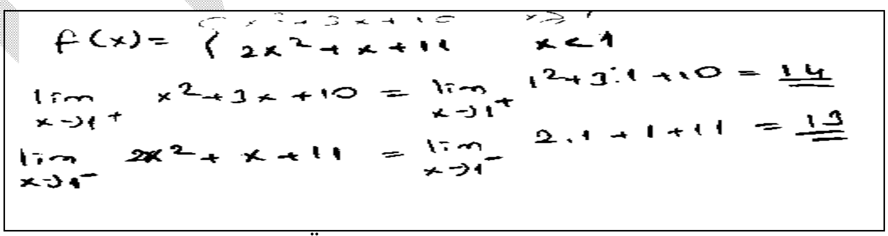
şeklindedir.

Kısmen doğru kategorisinde frekansları birbirine eşit ve 1 olan dört farklı kod daha bulunmaktadır. Bu kodlar ve içerikleri;

- Parçalı fonksiyonun sürekliliğine bakıp aynı zamanda o sembolün limitini araştırıp ve bunları türevlenebilir olması yönünden inceleyen katılımcı cevaplarını yansıtan *süreklilik bakma, sembolü tanımama*,
- Parçalı fonksiyonun sürekliliğine bakıp aynı zamanda o sembolün limitini sağdan araştırıp, fakat bu sembolün aslında türevin kendisi olduğunu içselleştiremeyen katılımcı cevaplarını yansıtan *sürekliliğe bakma, tek yönden limit alma, sembolü tanımama*
- Parçalı fonksiyonun sağdan ve soldan türevine bakıp bu sembolün aslında türevin kendisi olduğunu içselleştiremeyen katılımcı cevaplarını yansıtan *türev alma, sembolü tanımama*
- Sembolik işlemde sağdan limit alarak sonucu bulan katılımcı cevaplarını yansıtan *tek yönlü limit alma*

şeklindedir.

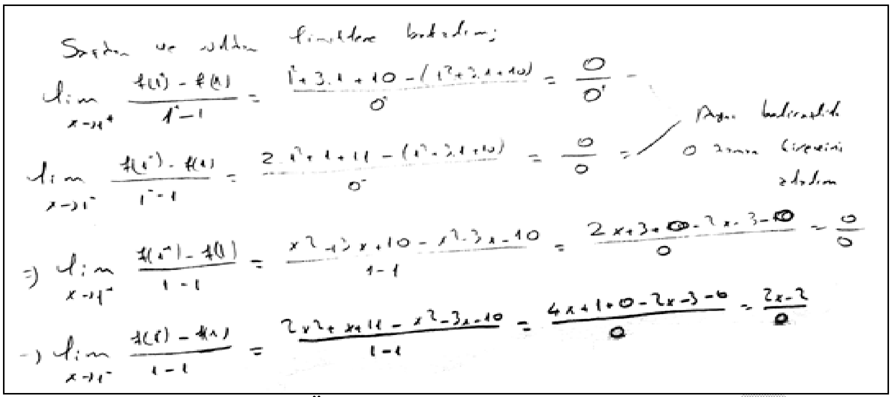
Yanlış kategorisi, başlı başına verilen sembolü tanımayanların cevaplarını yansıtmakla beraber takip edilen işlemler açısından farklı kodlar içermektedir. Bu kategoride yer alan kodlardan biriparçalı fonksiyonun limitine bakmak isteyen ancak limiti parçalı fonksiyonun içinde yer alan her bir fonksiyon açısından araştıran ve cevap olarak sadece bunu belirtenkatılımcı cevaplarını yansıtan *limit alamama*kodudur. Bu kod kapsamda değerlendirilen cevaplara ait bir örnek;



Ö51 kodlu katılımcı cevabı

şeklindedir.

Yanlış kategorisinde yer alan bir diğer kod $\lim_{x\to1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ ve $\lim_{x\to1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ sembollerini kullanarak sağdan ve soldan limitlere bakmak isteyenancak yanlış işlemler yaparak sonucu yanlış bulan katılımcı cevaplarını yansıtan limiti yanlış alma, işlem hatası kodudur. Bu kod kapsamda değerlendirilen cevaplara ait bir örnek;



Ö27 kodlu katılımcı cevabı

şeklindedir.

Bu kategoride yer alan diğer bir kod ise parçalı fonksiyonun türevini almak yerine bu fonksiyonun limiti üzerinde durularak yanlış sonuç bulan katılımcı cevaplarını yansıtan *fonksiyon limiti alma* kodu ve son olarak *tamamen yanlış* kodu, anlamsız veri olarak değerlendirilen katılımcı cevaplarını yansıtan koddur.

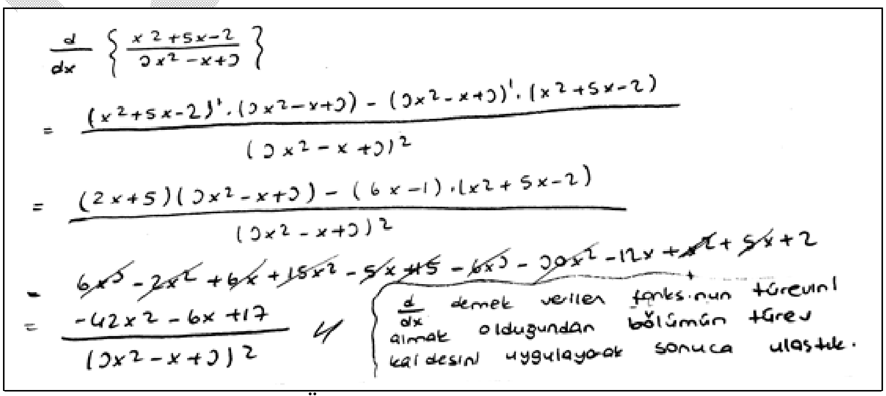
$\frac{d}{dx}$ biçimindeki sembolik gösterim $\frac{d}{dx}\left\{\frac{x^2+5x-2}{3x^2-x+3}\right\}$şekli ile öğrencilere sorulmuş ve bulgular Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2: Birinci alt probleme ilişkin bulgular

Kategori	*Kodlar*	*Frekans (f)*
Doğru	Bölümün türev kaidesini alma	57
Yanlış	Türev alma kuralını bilmeme	7
	Türev alma kuralını karıştırma	1
Toplam		8
Boş		1

Tablo 2 incelendiğinde 66 katılımcıdan 57'sinin cevabı (%86.3) doğru cevap kategorisinde yer alırken 8'inin cevabı (%12) yanlış kategorisinde, 1'inin (% 1,5) cevabı da boş kategorisinde değerlendirilmiştir.

Doğru kategorisine ait yalnızca bir kod bulunmaktadır. Bu kod bölümün türev kaidesini doğru olarak uygulayarakyani y=f(x)/g(x) ise $y' = \frac{f'(x).g(x)-g'(x).f(x)}{[g(x)]^2}$işlemini takip ederek doğru sonuca ulaşan 57 katılımcı cevabını yansıtmaktadır.Bu kod kapsamda değerlendirilen cevaplara ait bir örnek;



Ö34 kodlu katılımcı cevabı

şeklindedir.

IJTASE
ISSN: 2146 - 9466
www.ijtase.net
International Journal of New Trends in Arts, Sports &Science Education - 2016, volume 5, issue 1

Yanlış kategorisinde iki kod bulunmaktadır. Bu kodlardan *türev alma kuralını bilmeme* kodu payın ve paydanın x'e göre ayrı ayrı türevini alan katılımcı cevaplarını yansıtmaktadır. Bu kod kapsamda değerlendirilen cevaplara ait bir örnek;

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{x^2+5x-2}{3x^2-x+3}\right)=\frac{2x+5}{6x-1}$$

Ö11 kodlu katılımcı cevabı

şeklindedir.

1 frekansa sahip olan *türev alma kuralını karıştırma*kodu ise bölümün türev alma kuralı yerine çarpmanın türev kuralını uygulayan katılımcının cevabını yansıtmaktadır. Bu kod kapsamda değerlendirilen cevaplara ait bir örnek;

$$\frac{d}{dx}=\left\{\frac{x^2+5x-2}{3x^2-x+3}\right\}$$
$$=(2x+5)(3x^2-x+3)+(6x-1)(x^2+5x-2)$$
$$=6x^3-2x^2+6x+15x^2-5x+15+6x^3+30x^2-12x-x^2-5x+2$$
$$\boxed{=12x^3+42x^2-16x+17}$$

Ö19 kodlu katılımcı cevabı

şeklindedir.

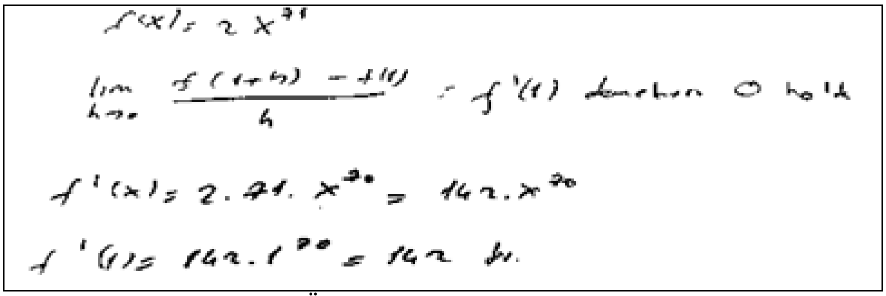
$lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ biçiminde sembolik gösterim $f(x)=2x^{71}$ ise $lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ işleminin sonucunu bulunuz şekli ile öğrencilere sorulmuş ve bulgular Tablo 3'de sunulmuştur.

Tablo 3: Birinci alt probleme ait bulgular

Kategori	*Kodlar*	*Frekans (f)*
Doğru	Sembolü tanıma, türev alma	35
	Fonksiyonu sembolde yerine yazma	5
Toplam		40
Kısmen Doğru	Türev alma, değerini hesaplayamama	7
	Fonksiyonu sembolde yerine yazma, türev alma	3
Toplam		10
Yanlış	Sadece fonksiyonu sembolde yerine yazma	8
	Atama yapma, işlem hatası	1
	Yanlış limit alma	1
	Sembolü tanıyamama	1
	Fonksiyonu sembolde yerine yazma, türev alamama	1
Toplam		12
Boş		4

Tablo 3 incelendiğinde 66 katılımcıdan 40'ının cevabı (%60.6) doğru cevap kategorisinde yer alırken 10'unun cevabı (%15.1) kısmen doğru kategorisinde, 12'sinin (%18.1) cevabı yanlış kategorisinde ve 4'ünün (% 6.2) cevabı da boş kategorisinde değerlendirilmiştir. Kategoriler kendi içlerinde çeşitli kodlara ayrılmıştır.

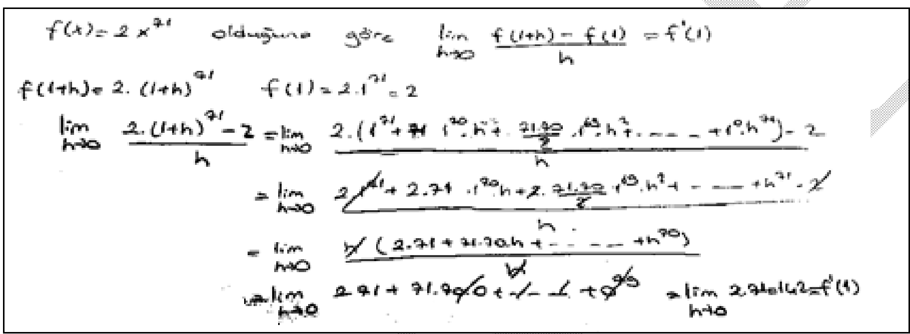
Doğru kategorisi iki koddan oluşmaktadır. Bu kodlardan birincisi 35 frekansa sahip olan ve istenen sembolün aslında f fonksiyonunun bir noktasındaki türevi olduğunu anlayan ve f(x) fonksiyonun türevini alarak x yerine 1 koyan katılımcı cevaplarını yansıtan *sembolü tanıma,türev alma* kodudur. Bu kod kapsamda değerlendirilen cevaplara ait bir örnek;



Ö58 kodlu katılımcı cevabı

şeklindedir.

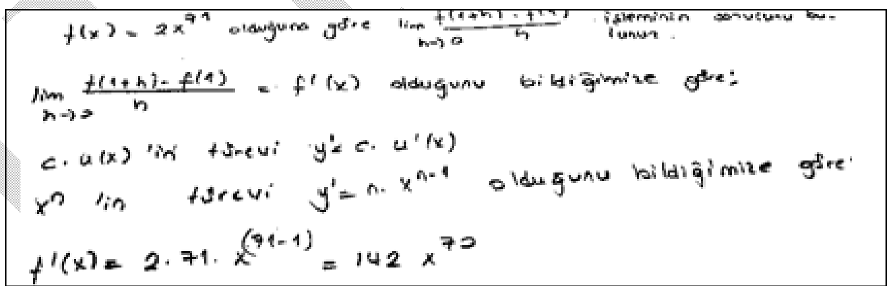
Doğru kategorisinin diğer bir kodu sembolün anlamını tanıyan ama fonksiyonun türevini alıp verilen noktayı yerleştirmek yerine, fonksiyonu istenen sembole yerleştirerek doğru sonuca ulaşan 5 katılımcının cevabını yansıtan *fonksiyonu sembolde yerine yazma* kodudur. Bu kod kapsamda değerlendirilen cevaplara ait bir örnek;



Ö24 kodlu katılımcı cevabı

şeklindedir.

Kısmen doğru kategorisi iki farklı kod ihtiva etmektedir. Bu kodlardan en yüksek frekansa (6) sahip olan *türev alma, değerini hesaplamama*kodu sembolün ne anlam ifade ettiğini bilen, fonksiyonun türevini alan fakat fonksiyonun o noktadaki değerini yazmayan veya yanlış yazan katılımcı cevaplarını yansıtmaktadır. Bu kod kapsamda değerlendirilen cevaplara ait bir örnek;

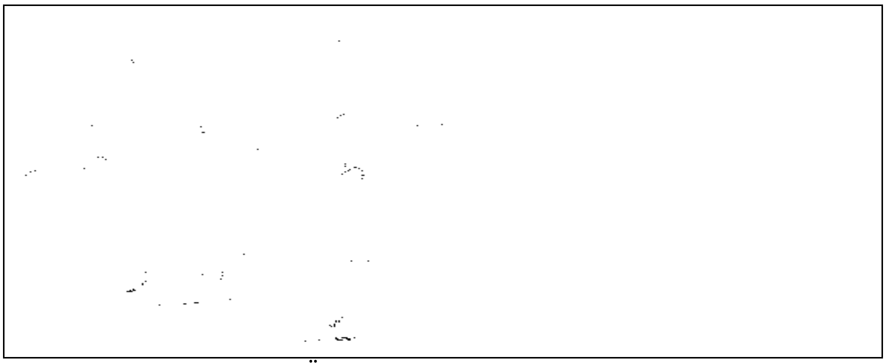


Ö60 kodlu katılımcı cevabı

şeklindedir.

Kısmen doğru kategorisinde yer alan diğer bir kod 3 frekansa sahip olan *fonksiyonu sembolde yerine yazma, türev alma*kodu fonksiyonu sembolde yerine yazan ancak burada sıfır bölü sıfır belirsizliğini tespit ederek L'hospital kuralı ile türev alan katılımcı cevaplarını yansıtmaktadır. Bu kod kapsamda değerlendirilen cevaplara ait bir örnek;

ISSN: 2146 - 9466
www.ijtase.net
International Journal of New Trends in Arts, Sports &Science Education - 2016, volume 5, issue 1



Ö23 kodlu katılımcı cevabı

şeklindedir.

Yanlış kategorisi, başlı başına verilen sembolü tanımayanların cevapları ile oluşmakla beraber takip edilen işlemler açısında farklı kodlar içermektedir. Bu kategori beş farklı kodu ihtiva etmektedir. Bu kodlardan en yüksek frekansa (8) sahip olan *sadece fonksiyonu sembolde yerine yazma*kodu istenen sembolde fonksiyonu yazan fakat işlemi devam ettiremeyenlerin katılımcı cevaplarını yansıtmaktadır. Bu kod kapsamda değerlendirilen cevaplara ait bir örnek;

$f(x)=2x^{71}$ $\quad \lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=$ $\quad \to$ 1'in değişim oranının istenir.

$$\lim_{h\to 0}\frac{2(1+h)^{71}-2}{h}=$$

Ö31kodlu katılımcı cevabı

şeklindedir.

Bu kategoride frekansları birbirine eşit ve 1 olan dört farklı kod daha bulunmaktadır. Bu kodlar ve içerikleri;

- sembolün sağdan ve soldan limitine bakan fakat yanlış bakan katılımcı cevabını yansıtan *atama yapma, işlem hatası*,
- istenen sembolde h yerine 0 koyarak belirsizlik bulan yani sembolün o noktadaki türevi olduğunu içselleştiremeyen katılımcı cevabını yansıtan *yanlış limit alma*,
- sembolün aslında türevin kendisi olduğunu içselleştiremeyenkatılımcı cevabını yansıtan *sembolü tanıyamama*,
- sembolde yerine yazan fakat türev alamayıp işlemi devam ettiremeyen katılımcı cevabından oluşan *fonksiyonu sembolde yerine yazma, türev alamama*

şeklindedir.

***Türevin sözel temsilinin öğrenciler tarafından kullanabilme düzeyi nedir?* Şeklindeki İkinci Alt Problemine İlişkin Bulgular**

Bu alt probleme cevap bulabilmek amacıyla TFTF'ninanlık değişimi ifade eden dördüncü sorusundan elde edilen veriler betimsel analize tabi tutulmuş ve ulaşılan bulgular Tablo 4'te sunulmuştur.

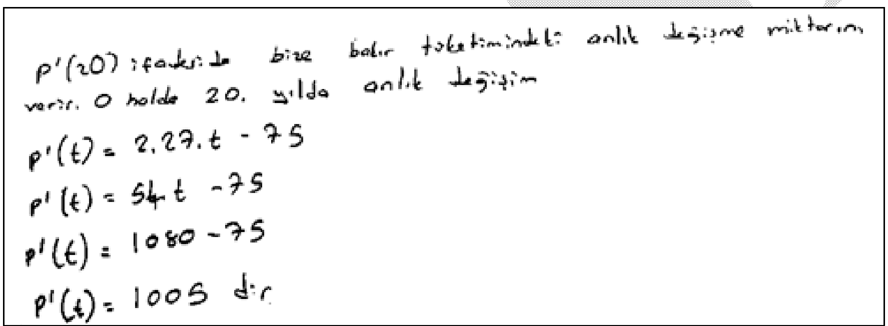
Tablo 4. Dördüncü alt probleme ait bulgular

Kategori	*Kodlar*	*Frekans (f)*
Doğru	Türevin anlık değişim oranı olduğunu bilme	27
Kısmen Doğru	Yıllık tüketimin değişim oranı	7

Yanlış	2010 yılındaki tüketim miktarı	9
	20 yıldaki bakır tüketimindeki artış miktarı	7
	Verilen yıllar arasındaki ortalama bakır tüketimi	3
	ABD'nin yaklaşık olarak yıllık 20 bin ton bakır tükettiği sene	1
	Bakır miktarının 20. yıla geldiklerindeki kaç bin metre ton azalacağı	1
	Sadece 1990 yılında yapılan bakır tüketimi	1
	20 yıl boyunca üretilen bakırın kaç yıl sonra biteceği	1
	20 yılda bir tüketilen bakır miktarı	1
	20 yılda toplam bakır tüketimi	1
Toplam		25
Boş		7

Tablo 4 incelendiğinde 66 katılımcıdan 27'sinin cevabı (%40.9) doğru cevap kategorisinde yer alırken 7'sinin cevabı (%10.6) kısmen doğru kategorisinde, 25'inin (%37.9) cevabı yanlış kategorisinde ve 7'sinin (%10.6) cevabı da boş kategorisinde değerlendirilmiştir. Kategoriler kendi içlerinde çeşitli kodlara ayrılmıştır.

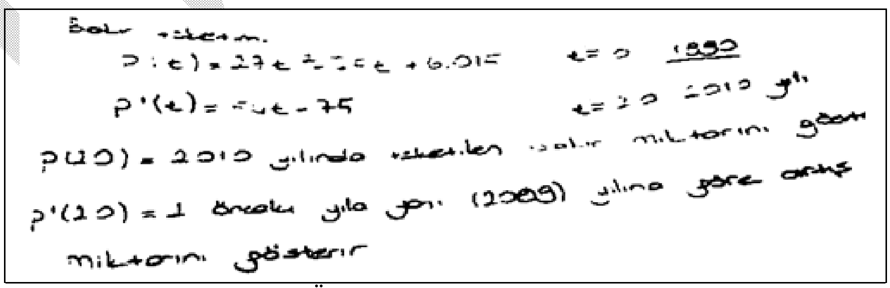
Doğru kategorisinde en yüksek frekansa sahip olan (27) *türevin anlık değişim oranı olduğunu bilme* kodudur Bu kod, 2010 yılında ABD'nin 1000 metre ton cinsinden yıllık bakır tüketimindeki anlık değişim oranını ifadesine eş veya anlamca bu cümleye yakın ifadeler kullanan katılımcı cevaplarını yansıtmaktadır. Bu kod kapsamda değerlendirilen cevaplara ait bir örnek;


P'(20) ifadesi de bize bakır tüketimindeki anlık değişme miktarını verir. O halde 20. yılda anlık değişim
P'(t) = 2.27.t - 75
P'(t) = 54.t - 75
P'(t) = 1080 - 75
P'(t) = 1005 dir

Ö48 kodlu katılımcı cevabı

şeklindedir.

Kısmen doğru kategorisi en yüksek frekansa (7) sahip olan *yıllık tüketimin değişim oranı* kodu ile oluşmuştur. Bu kod, "verilen değer kadar her bir yıl için düzenli olarak bakır tüketim miktarında değişiklik" ifadesine eş veya anlamca bu cümleye yakın ifadeler kullanan katılımcı cevaplarını yansıtmaktadır. Bu kod kapsamda değerlendirilen cevaplara ait bir örnek;


Bakır tüketimi
P(t) = 27t² - 75t + 6.015   t = 0 1990
P'(t) = 54t - 75   t = 20 2010 yılı
P(20) = 2010 yılında tüketilen bakır miktarını gösterir
P'(20) = 1 önceki yıla göre (2009) yılına göre artış miktarını gösterir

Ö33kodlu katılımcı cevabı

şeklindedir.

Yanlış kategorisi en yüksek frekansa (9) sahip olan "2010 yılındaki tüketim miktarı" kodu ile oluşmuştur. Bu kod,*sadece 2010 yılındaki tüketim, 20. yıldaki tüketim* ifadesine eş veya anlamca bu cümleye yakın ifadeler kullanan katılımcı cevaplarını yansıtmaktadır.Bu kod kapsamda değerlendirilen cevaplara ait bir örnek;

IJTASE
ISSN: 2146 - 9466
www.ijtase.net
International Journal of New Trends in Arts, Sports &Science Education - 2016, volume 5, issue 1

p(20) 2010 yılına kadarki toplam üretim.
p'(20) Sadece 2010 yılındaki üretim.

$p(20) = 27 \cdot 20^2 - 75 \cdot 20 + 6{,}015$

$p'(20) = 27 \cdot 2 \cdot 20 - 75$

Ö39 kodlu katılımcı cevabı

şeklindedir.

Yanlış kategorisinde ikinci en yüksek frekansa (7), sahip olan kod *20 yıldaki bakır tüketimindeki artış miktarı* kodudur. Bu kod,20 yıldaki bakır tüketimindeki değişim ifadesine eş veya anlamca bu cümleye yakın ifadeler kullanan katılımcı cevaplarını yansıtmaktadır. Bu kod kapsamda değerlendirilen cevaplara ait bir örnek;

$p'(t) = 54t - 75$

p(20) = 20 yıldaki bakır üretimi

p'(20) = 20 yıldaki bakır üretimindeki artış miktarı

Ö37 kodlu katılımcı cevabı

şeklindedir.

Yanlış kategorisinde 3 frekansla oluşan başka bir kod da *verilen yıllar arasındaki ortalama bakır tüketimi*kodudur. Bu kod 1990-2010 yılları arasındaki ortalama bakır tüketimi ifadesine eş veya anlamca bu cümleye yakın ifadeler kullanan katılımcı cevaplarını yansıtmaktadır. Bu kod kapsamda değerlendirilen cevaplara ait bir örnek;

$p(t) - 27t^2 - 75t + 6{,}015$

$p(20) = 27 \cdot (20)^2 - 75 \cdot (20) + 6{,}015$, $p(20) = 9300 + 6{,}015$

$p'(t) = 54t - 75$ ise $p'(20) = 1080 - 75 = 1005$ 'tir.

t = 20 → 1990 + 20 = 2010 yılındaki bakır tüketimi
p(20) = 9306,015 bin metre ton kadardır.

p'(20) ise 1990 - 2010 yılları arasındaki ortalama bakır tüketimidir. o da p'(10) = 1005 bin metre ton kadardır.

Ö49 kodlu katılımcı cevabı

şeklindedir.

Bu kategoride frekansları birbirine eşit ve 1 olan üç farklı kod daha bulunmaktadır. Bu kodlar;

- ABD'nin yaklaşık olarak yıllık 20 bin ton bakır tükettiği sene,
- Bakır miktarının 20. yıla geldiklerindeki kaç bin metre ton azalacağı,
- Sadece 1990 yılında yapılan bakır tüketimi,
- 20 yıl boyunca üretilen bakırın kaç yıl sonra biteceği,
- 20 yılda bir tüketilen bakır miktarı
- 20 yılda toplam bakır tüketimi

şeklinde olup anlamca bu cümlelere eş katılımcı ifadelerini yansıtmaktadır.

SONUÇ VE TARTIŞMA

Türevin çoklu gösterim biçimlerinden biri olan sembolik gösterimleri ve sözel gösteriminin öğretmen adayları tarafından kullanılabilme düzeyi derinlemesine bir bakış açısıyla analiz edilmeye çalışılmış ve şu sonuçlara ulaşılmıştır;

Türevin $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ şeklindeki sembolik gösterimine ait soruya öğretmen adaylarının % 38' i doğru, %38'i yarı doğru, %20'si yanlış cevap verirken % 4'ü ise cevap vermemiştir. Ancak bu soruyu yarı doğru olarak çözen 25 öğretmen adayının 23'ünün (%92) sembolü tanıyamadıkları tespit edilmiştir. Dolayısıyla soruyu yarı doğru olarak çözen adayların bile türev kavramının aynı zamanda "farkların oranının limiti" olması noktasını içselleştiremediği görülmektedir. Bu soruda sembolü tanıyarak işlem yapan ve başarıya ulaşan katılımcı oranı % 41'dir.

Türevin diferansiyel hesapla ilgili olan ve sembolik gösterimi $\frac{d}{dx}$ olan soruyla ilgili olarak öğretmen adaylarının %86'sının doğru, %12'sinin yanlış cevap verdiği ve % 2'sinin de cevap vermediği görülmüştür. Doğru cevap veren katılımcılar bu sembolik gösterimin $f'(x)$ ile aynı anlama geldiğini kavrayıp, bölümün türev kaidesinden hareket ederek doğru sonuca ulaşmışlar; yanlış cevap veren katılımcılar ise bölümün türev kaidesini yanlış bir şekilde veya eksik uygulamışlardır. Türevin bu gösteriminin katılımcıların büyük bir çoğunluğu tarafından doğru olarak kullanılabildiği belirlenmiştir.

Türevin $lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ şeklindeki sembolik gösterimine ait soruya öğretmen adaylarının % 61' i doğru, %15'i yarı doğru, %18'i yanlış cevap vermişler ve % 6'sı ise cevap verememiştir.Cevabı doğru kategorisinde incelenen % 61'lik kısmın % 53'ü sembolün ne anlama geldiğini bilerek işlem yapmışlardır. Sonuç olarak kullanılan sembolün aynı zamanda fonksiyonun x=1 noktasındaki türevine eşit olduğunu bilen katılımcı sayısının tüm katılımcıların %53'ü olduğu tespit edilmiştir.

Türevin çoklu temsillerden biri olan sözel olarak anlık değişim oranının katılımcılar tarafından kullanılabilme düzeyine dair sorulan soruya katılımcıların % 41'i doğru, %11 kısmen doğru, % 38'i yanlış cevap verirken, % 10'u cevap vermemiştir. Dolayısıyla türevin sözel olarak anlık değişim oranı olduğu bilgisi hakkında katılımcıların % 52'sinin tam ya da eksik bilgisi varken % 48'i ya yanlış bilgiye sahiptir ya da bu konu hakkında bir fikri yoktur.

Tüm sembolik gösterimler ve sözel gösterim dikkate alındığında; sözel temsile ait sorudaki boş oranının (%10) diğer sorulardaki boş oranına göre daha yüksek olduğu görülmüştür.En az boş oranına ise $\frac{d}{dx}$ gösterimine ait sorunun analizinde karşılaşılmıştır.

Tüm ulaşılan sonuçlar dikkate alındığında katılımcıların türevin sembolik gösterimlerini sözel gösterime kıyasla daha doğru bir şekilde kullanabildikleri söylenebilir. Ayrıca sembolik gösterimler içerisinde $\frac{d}{dx}$ en fazla doğru kullanılabilen gösterimdir.

Çoklu temsillerin kullanımıyla ilgili olan genel itibariyle öğrencilerin matematik problemlerinin çözümünde analitik çözümü (cebirsel çözüm) diğer çözümlere (grafik ve sözel temsil) oranla daha fazla tercih ettiklerini (Eisenberg&Dreyfus, 1991; Presmeg, 2006; Sağlam ve Bülbül, 2012) ayrıca grafik ve sözel temsillere kıyasla cebirsel temsilde daha başarılı olduklarını ifade etmektedir (Baştürk, 2010). Ayrıca yapılan çalışmada sözü edilen sonuçla paralel olarak; Delice ve Sevimli (2010)öğretmen adaylarının belirli integral konusunda cebirsel temsilleri daha çok tercih ettiği sonucuna ulaşırken Hacıömeroğlu vd. (2014)' de öğretmen adaylarının türev ve integral problemlerinin çözümünde analitik çözümü tercih ettiklerini belirtmişlerdir.Bingölbali ve diğerleri (2007) ise çalışmalarında mühendislik öğrencilerinin türevin sözel anlamı üzerine matematik öğretmen adaylarına kıyasla daha iyi yorumlar yapabildiklerini dile getirmişlerdir.

Hughes-Hallett (2002) analizin öğrencilerin görsel sunumları anlamalarıyla beraber grafik ve cebirsel gösterimler arasındaki ilişkiyi kurmalarını gerektirdiğini belirtirken Özmantar vd. (2010) teknoloji desteğinin alındığı bir ortamda temsillerin herhangi birindeki değişimin diğerleri üzerindeki etkisinin öğrenciler tarafından kolay bir şekilde gözlemlenebileceğini ifade etmiştir. Dolayısıyla türev konusunda kullanılan çoklu temsillerin yeri geldikçe her birine vurgu yapacak ve aralarındaki geçişi güçlendirecek bir öğretim ortamı hazırlanmasının temsillerin doğru kullanım oranını artıracağı düşünülmektedir.

Kaynakça

Amit, Miriam, &Vinner, Shlomo. (1990). Somemisconceptions in calculus: Anecdotesorthe tip of theiceberg? In George Booker, Paul Cobb, & T. N. de Mendicuti (Eds.), *Proceedings*of the*14th International Conference forthePsychology of MathematicsEducation,* 1 (pp. 3-10). Oaxtepec, Mexico: Cinvestav.

Amoah, V. &Laridon, P. (2004). Using multiplerepresentationstoassessstudents’ understandingof thederivativeconcept, *Proceedings of the British SocietyforResearchintoLearning Mathematics, 24*(1), 1- 6**.**

Asiala, M.,Cottrill, J., Dubinsky, E., &Schwingendorf, K. (1997). The Development of Students' GraphicalUnderstanding of theDerivative, *Journal of Mathematical Behavior*, *16(*4), 399 – 431.

Aspinwall. L.,&Shaw, K. L. (2002). Representations in Calculus: Twocontrastingcases. *MathematicsTeacher, 95*, 434-439.

Baki, A. (2008).*Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi.*Trabzon: Derya Kitabevi.

Baştürk, S. (2010).Öğrencilerinin fonksiyon kavramının farklı temsillerindeki matematik dersi performansları. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *30*(2), 465-482.

Bingolbali E, Monaghan J, Roper T. Engineeringstudents' conceptions of thederivativeandsomeimplicationsfortheirmathematicaleducation. *International Journal Of Mathematical EducationInScience&Technology*, *38*(6), 763-777.

Büyüköztürk, Ş.,Çakmak, E.K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2011).*Bilimsel araştırma yöntemleri* (10. Baskı), Ankara: Pegem Akademi.

Delice, A. ve Sevimli, E. (2010a). Öğretmen adaylarının çoklu temsil kullanma becerilerinin problem çözme başarıları yönüyle incelenmesi: belirli integral örneği. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 10*(1), 111-149.

Delice, A. ve Sevimli, E. (2010b).Matematik öğretmeni adaylarının belirli integral konusunda kullanılan temsiller ile işlemsel ve kavramsal bilgi düzeyleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 9*(3): 581-605.

Eisenberg, T.,&Dreyfus, T. (1991). On thereluctancetovisualize in mathematics. In W. Zimmermann& S. Cunningham (Eds.), *Visualization in teachingandlearningmathematics*(pp. 127 – 138). Washington, DC: MAA.

Eroğlu, D. ve Tanışlı, D. (2015) Elementarymathematicsteachers’ knowledge of studentsandteachingstrategiesregardingtheuse of representations. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, *9*(1), 275-307.

Friedlander, A. veTabach,M. (2001)Promotingmultiplepresentations in algebra. Cuoco (Ed.), *Theroles of representation in schoolmathematics. 2001 yearbook of thenationalcouncil of teachers of mathematics*(pp. 173-184).Reston, VA: NationalCouncilof Teachers of M athematics.

Giraldo V.,Tall, D. O., Carvalho, L. M. (2003). Using theoreticalcomputationalconflictstoenrichtheconceptimage of derivative. *Research in MathematicsEducation,5*, 63–78.

Goerdt, L. S. (2007)*Theeffect of emphasizingmultiplerepresentations on calculusstudents’ understanding of thederivativeconcept.*Unpublisheddoctoraldissertation, Education, CurriculumandInstruction, TheUniversity of Minnesota.

Goldin, G.A ve Kaput, J. (1996).A Jointperspective on the idea of representation in learninganddoingmathematics, theories of mathematicallearning, Steffe, L. &Nesher, P. (Eds.) Mahwah (New Jersey): LEA.

Hacıömeroğlu E. S. , Hacıömeroğlu G., Güzel, E. B. ve Kula, S. (2014). Türev ve integral problemlerinin çözümündegörsel, analitik ve harmonik çözüm tercihleri. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 22*, 108-119.

Hughes-Hallett, D.,McCallum, W. G., Gleason, A. M., Pasquale, A., Flath, D. E., Quinney, D., Lock, P. F., Raskind, W., Gordon, S. P., Rhea, K., Lomen, D. O., Tecosky-Feldman, J., Lovelock, D., Thrash, J. B., Osgood, B. G., &Tucker, T. W. (2002). *Calculus: Singlevariable*. Danvers: MA: John Wiley&Sons, Inc.

Kabaca, T.,Çontay, E. G. ve İymen, E. (2011). Dinamik matematik yazılımı ile geometrik temsilden cebirsel temsile: parabol kavramı. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30*, 101-110.

Keller, B.A. ve Hirsch, C. R. (1998). Studentpreferencesforrepresentations of functions. *International Journal of MathematicsEducation in ScienceandTechnology*, *29*(1), 1-17.

Lesh, R. ve Doerr, H. M. (2003).*Beyond constructivism, modelsandmodelingperspectives on mathematics problem solving, learning, andteaching.*London:.Lawrence ErlbaumAssociatesPublishers.

McMillan, J.H. (2000). *Educationalresearch: Fundamentals fortheconsumer* (3 th ed.). Newyork: Longman.

MEB (2013).*Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı.* Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

NCTM (2000). PrincipleandStandardsfor School Mathematics. Reston, VA: NCTM.

Orton, A. (1983). Students' understanding of differentiation. *EducationalStudies in Mathematics, 14*(3), 235-250.

Özmantar, M. F., Akkoç, H., Bingölbali, E., Demir, S. ve Ergene, B. (2010) Pre-Service mathematicsteachers’ use of multiplerepresentations in technology-richenvironments. *EurasiaJournal of Mathematics, Science&TechnologyEducation, 6*(1), 19-36.

Porzio, D. T. (1994). *Theeffects of differenttechnologicalapproachestocalculus on students' useandunderstanding of multiplerepresentationswhensolvingproblems*. Unpublisheddoctoraldissertation, Ohio StateUniversity, USA.
Presmeg, N. C. (1985). *The role of visuallymediatedprocesses in highschoolmathematics: A classroominvestigation*. Unpublisheddoctoraldissertation, University of Cambridge.
Sağlam, Y. & Bülbül, A. (2012). Üniversite öğrencilerinin görsel ve analitik stratejileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *43*, 398–409.
Schoenfeld, A. H., Smith, J. P. III, &Arcavi, A. (1990). Learning-themicrogeneticanalysis of onestudent'sunderstanding of a complexsubjectmatter domain. In Robert Glaser(Ed.), *Advences in instructionalpsychology,* Vol. 4 (pp. 55-175). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
Serhan, D. (2006). *Theeffect of graphingcalculatorsuse on students' understanding of thederivative at a point*. Unpublisheddoctoraldissertation, Arizona StateUniversity, USA.
Skemp, R. (1978) Relationalunderstandingandinstrumentalunderstanding, *ArithmeticTeacher,26*(3), 9-15.
Tuluk, G. (2014). Sınıf öğretmeni adaylarının nokta, çizgi, yüzey ve uzay bilgileri ve çoklu temsilleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 22*(1), 361-384.
Ubuz, B. (2007). Interpreting a graphandconstructingitsderivativegraph: stabilityandchange in students' conceptions. *International Journal of Mathematical Education in ScienceandTechnology*, *38*(5), 609-637.
Yıldırım, A. ve Şimşek, H., 2006. *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. Baskı), Ankara: Seçkin Yayıncılık.
Zandieh, M. (2000) A theoreticalframeworkforanalyzingstudentunderstanding of theconcept of derivative. In E. Dubinsky, A. Schoenfeld ve J. Kaput (Ed), *Research in CollegiateMathematicsEducation* IV (Vol. 8, pp. 103-126). Providence, RI: American Mathematical Society.
Zazkis, R. andLiljedahl, P. (2004) Understandingprimes: the role of representation. *JournalforResearch in MathematicsEducation*, *35*(3), 164-186.

Extended Abstract

A concept in mathematics may have more than one representation. Considering this aspect, the topic of derivatives is one of the most appropriate in using multiple representations on account of its structure (Asiala, Cottrill, Dubinsky and Schwingendorf, 1997; Giraldo, Tall veCarvalho, 2003). For, the concept of derivatives can be defined in many ways such as; graphically the slope of line tangent to a curve at a given point, symbolically the limit of the ratio of the difference ($\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$), physically speed and verbally instantaneous rate of change (Zandieh, 2000). Considering the studies carried out with pre-service teachers in the topic of derivatives, it can be claimed that specifically graphical representations were mainly handled during the studies and the preferences of usage in all ways of representations have been tried to put forward. In this study, it is aimed to handle the situation of using symbolical and verbal representations of pre-service teachers on the topic of derivatives in detailed and in this concept, following research questions were asked; **1.** What is the rate of using different representations of derivatives symbolically formed as "$lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$, $\frac{d}{dx}$, $lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ by the students? **2.** What is the rate of the verbal representation of derivative usage by the students? This study was formed on the basis of the case study method, among the qualitative research methods, which gives the possibility of analysing a case in detailed as expressed by McMillan (2000). The sample group consists of 66 participants who were the 2nd graders in the department of secondary school mathematics teacher training in the semester of fall in 2013-2014 academic year. In the process of determining the participants, among the methods for sampling, sampling criteria was applied for the purpose of the observation unit consisting people with specific qualifications. Data were collected with the help of an open-ended survey form previously prepared on the scope of the topic. The forms questionaire were given to the participants and requested to fill. The forms gathered together and got ready for analysis. Data, arranged in the process of the analysis, were summarized according to the themes determined previously and in order to present interpreted descriptive analysis method was applied (Yıldırım and Şimşek,). Firstly, in order to ensure the reliability of the analysis, the codes and themes leading the analysing process were determined. Using the prepared structure, data were analysed by researchers simultaneously and jointly. The results were collected, disagreements were discussed. The symbolic representation $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ was asked to the participants as $\lim\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ and the solutions 25 of the 66 participants took place at the "correct" category(37.9%), the solutions of 25 participants were in "partly correct" category (37,9 %), the solutions of 13 were in "incorrect" category (19.7%) and the solutions of the rest 3 were regarded in the category of "empty"(4.5%). The symbolic representation

in the form of $\frac{d}{dx}$ was asked to the participants as $\frac{d}{dx}\left\{\frac{x^2+5x-2}{3x^2-x+3}\right\}$ and while the solutions of 57 among the 66 participants took place in the "correct" category (86.3%), the solutions of 8 of them were in the "incorrect" category (12%) and the solution of 1 were in "empty" category (1,5%).
The problem "If the result of the symbolic representation of $lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ is $f(x) = 2x^{71}$, what is the result of $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ " was asked to the participants and 40 of the 66 participants' solution took place in the "correct" category (60.6%), the solutions of 10 were in the in "partly correct" category (15.1%) , the solutions of 12 were in the "incorrect" category and the solutions of the rest 4 were regarded in the category of "empty" (6.2%). In the analysis related to the verbal representation of the derivatives, the solutions 27 of 66 participants were in the category of 'correct' (40.9%), the solution of 7 were in 'partly correct' (10.6%), the solution of 25 were in the incorrect category (37.9%) and the solutions of 7 were evaluated in the category of 'empty'(10.6%). The rate of pre-service teachers' abilities in using symbolical representations which is one of the forms of multiple representations of derivative and verbal representations were tried to analyse with a detailed aspect and those results have been reached; To a problem related to the symbolical representation of derivative $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ 38 % of the pre-service teachers gave correct solutions, 38% of them gave partly-correct, 20% gave incorrect solutions and the rest 4% did not give any solutions. Yet, is it realized that 23participants (92%) of 25 pre-service teachers, who gave partly-correct solutions to the problem under discussion, were not able to recognize the symbol. Thus, it is understood that even the participants who gave partly-true solutions to the problem were not able to recognize the point that derivative is, at the same time, "the limit of the ratio of difference". In this problem, the rate of participants who recognized symbol and gave solution is 41%. To the problem; the symbolical representation of derivative related to differential calculation $\frac{d}{dx}$ it is realized that 86% of the participants gave correct solutions, 12% of them incorrect and 2% did not gave any answers. The participants who gave the correct solutions recognizing the similarity between the symbolical representation of this problem and $f'(x)$, found the correct solution moving from the derivative rules of division; and the participants who gave incorrect solutions operated the derivative rules of division incorrect or incomplete. It was determined that most of the participants had used this representations of the derivative correctly. To a posed problem like symbolical representations of derivative $lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ 61% of the participants gave correct, 18% partly-correct, 18% incorrect solutions and 6% gave no solution. Among the 61 % of the participants whose solutions were regarded as correct, 53 % of participants operated the problem recognizing the significance of the symbol. As a result, it is determined that the number of participants who recognize the function is, at the same time, equals to the derivative at the point of x=1 are 53% of the total participants. To the problem was asked to the participants, which is one of the multiple representations of derivative, in order to determine the percentage of using the instant verbal exchange rate of derivative by the participants; 41% gave correct, 11 % partly-correct,10% incorrect solutions and the rest 10% were not able to give any solutions. Thus, the state of the instant verbal exchange rate of derivative 52% of the participants have complete or incomplete knowledge, 48% have incorrect knowledge or have no knowledge. Regarding all the symbolical representations and the verbal representation, the rate of 'empty' (10%) at a problem related to the verbal representation realized to be more compared with the other problems. The least rate of 'empty' have been come across during the analysis of the representation of $\frac{d}{dx}$. Considering all the results, it can be claimed that participants were able to use the symbolical representations of derivative more correctly rather than the verbal representations. Furthermore, $\frac{d}{dx}$ is the one which was able to be used more correctly among the other symbolical representations.