

MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN MATEMATİKSEL DÜŞÜNMEYİ DESTEKLEME BAĞLAMINDAKİ PEDAGOJİK ALAN BİLGİLERİ NASIL GELİŞTİRİLEBİLİR?*

HOW COULD THE MATHEMATICS TEACHERS' PEDAGOGICAL CONTENT KNOWLEDGE IN THE CONTEXT OF SUPPORTING MATHEMATICAL THINKING BE DEVELOPED?

Arş. Gör. Dr. Berna TATAROĞLU TAŞDAN
Dokuz Eylül Üniversitesi,
Buca Eğitim Fakültesi, İzmir, Türkiye
berna.tataroglu@deu.edu.tr

Prof. Dr. Adem ÇELİK
Dokuz Eylül Üniversitesi,
Buca Eğitim Fakültesi, İzmir, Türkiye
adem.celik@deu.edu.tr

Özet

Bu araştırma, matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel düşünmelerini destekleme bağlamındaki pedagojik alan bilgilerinin nasıl geliştirilebileceğine yönelik olarak yürütülen bir eylem araştırmasıdır. Araştırmanın katılımcıları altı gönüllü matematik öğretmenidir. Veriler gözlem, görüşme ve dokümanlar aracılığıyla toplanmıştır. Toplanan nitel verilerin analizinde içerik analizi, betimsel analiz ve doküman analizinde yararlanılmıştır. Araştırmada bazı eylem planları hazırlanmış ve uygulanmıştır. Ulaşılan bulgular uygulanan eylem planlarının matematik öğretmenlerinin matematiksel düşünmeyi destekleme bağlamındaki pedagojik alan bilgilerini geliştirmede işe yaradığını göstermiştir. Eylem planlarının nasıl revize edilebileceği ele alınarak önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Sözcük: matematiksel düşünme, pedagojik alan bilgisi, eylem araştırması

Abstract

This study is an action research that is performed to see how mathematics teachers' pedagogical content knowledge in the context of supporting students' mathematical thinking could be developed. Participants of the research were six volunteer mathematics teachers. Data were collected via observations, interviews and documents. The collected data were analyzed by using content analysis, descriptive analysis and document analysis. Action plans were prepared and implemented in the study. The obtained findings indicate that the action plans worked to develop mathematics teachers' pedagogical content knowledge in the context of supporting students' mathematical thinking. Suggestions are presented about how to revise the action plans.

Keywords: mathematical thinking, pedagogical content knowledge, action research

GİRİŞ

Pek çok kişiye göre matematik, öğrenilmesi zor olan bir derstir. Belki öğrenilmesi zor olduğundan öğretilmesi de kolay değildir. Matematik öğretimi oldukça karmaşık bir iş olarak görülür ve öğrencilere öğrenmelerinde, öğretmenlere ise öğretimlerinde etkili olmalarında yardımcı olacak kolay yollar bulunmamaktadır (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi-National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000: 17). Bu durum da matematik öğretiminde öğretimin merkezi bileşenlerinden olan öğretmenin rolünün ne denli önemli olduğunu göstermektedir.

Öğretmenin sahip olması gereken bilgileri belirlemeye yönelik yapılan çok sayıda araştırma olsa da pek çoğu için başlangıç noktası Shulman'ın çalışmaları olmuştur. Shulman'a (1986) göre kişinin bir konuyu biliyor olması, o konuyu öğreteceği anlamına gelmez. Shulman (1986) öğretmenin ne bilmesi gerekir? öğretmenin dersi anlatırken ne yapması gerekir? öğretmenin sahip olması gereken bilgiler nedir? sorularına cevap aramak amacıyla pedagojik alan bilgisi (PAB) terimini ortaya atmıştır. Shulman'ın tanımlamalarından sonra öğretmen bilgisi pek çok araştırmaya konu olmuş ve araştırmacılar öğretmenin sahip olması gereken bilgileri kategorilere ayırmada farklı modeller ortaya koymuşlardır. Grossman (1990), Marks (1990), Fennema & Franke (1992), Magnusson, Krajcik & Borko (1999), An, Kulm & Wu (2004) ve Ball, Thames & Phelps (2008) bu araştırmacılar arasında bazılarıdır. Yapılan çalışmalar genellikle pedagojik alan bilgisi (PAB) ve alan bilgisi ana başlıklarında

birleşip, içeriklerinde neler olması gerektiğine ve ne olduğuna yoğunlaşmıştır (An, Kulm, Wu, 2004; Fennema, Franke, 1992; Jones & Moreland, 2004; Kahan, Cooper & Bethea, 2003; Türnüklü, 2005; Türnüklü, Yeşildere, 2007).

Shulman (1986), PAB'ı bir konunun en faydalı gösterim şekilleri, en güçlü benzetmeler (analojileri), resimlemeler, örnekler, açıklamalar ve gösterimler yani konuyu başkaları için anlaşılır kılacak temsil biçimleri hakkında sahip olunan bilgi şeklinde tanımlar. Ayrıca belirli bir konuyu öğrenmeyi neyin kolay ya da zor yaptığını anlama yani farklı yaşlardaki ve farklı öğrenme geçmişine sahip öğrencilerin kavrayışları ve ön kavrayışları hakkındaki bilgiyi de PAB kapsamına dâhil eder. Kovarik (2008) Shulman'ın bu tanımlamasından yola çıkarak PAB'ı gösterim şekilleri ve yaklaşımlar bilgisi ve öğrenci düşüncesi bilgisi şeklinde iki kategoriye ve alt kategorilere ayırmıştır. PAB'ın ele alındığı modeller incelendiğinde Shulman'ın tanımlamasında öne çıkan ve Kovarik'in de vurgu yaptığı bu iki bileşenin pek çok araştırmacı tarafından farklı isimlerle de olsa PAB kapsamında ele alındığı görülmektedir. Bu araştırmada da PAB'ın öğrenci düşüncesi bilgisi ve öğretim stratejileri ve gösterim şekilleri bilgisi bileşenleri kapsamında ele alınmasına karar verilmiştir.

Matematiksel Düşünmeyi Destekleme Bağlamında PAB

Öğretmenin bilgiye sahip olmasının yanı sıra bu bilgileri öğretimine yansıtması ve etkili bir öğretim gerçekleştirmesi de önemlidir. Öğretimin etkili olup olmadığının bir göstergesi öğrencilerin belirlenen hedeflere ulaşmasıdır. Matematik öğretiminde öğrencilere kazandırılması hedeflenen becerilerden biri matematiksel düşünmedir. Bu becerinin kazandırılmasına uluslararası (NCTM, 2000) ve ulusal kuruluşlarca (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2011) da vurgu yapılmaktadır.

Matematiksel düşünme "*tahmin etme, tümevarım, tümdengelim, özele indirgeme, genelleme, analogi, muhakeme etme ve doğrulamayı içeren karmaşık süreçlerin bir birleşimi* şeklinde tanımlanmaktadır (Liu & Niess, 2006). Öğrenme-öğretme sürecinde matematiksel kuralların hazır olarak verilip ezberletilmesi yerine, bu kuralları öğrencinin bulmasını sağlayacak bir öğretim yöntemine başvurulması, öğrencinin matematiksel düşünme becerisini geliştirir (MEB, 2011: 7). Birey için son derece önemli olan matematiksel düşünme becerisinin onlara kazandırılmasında belki de en büyük rol öğretmenindir. Literatürde de öğretmen veya öğretmen adaylarının alan bilgisi ve PAB'larını öğrencilerin matematiksel düşüncelerini geliştirme-destekleme-anlama kapsamında inceleyen çalışmalar olduğu görülmektedir (Crespo, 2000; Hughes, 2006; Philipp, 2008; Philipp, Thanheiser & Clement, 2002; Peterson, Fennema, Carpenter & Loef, 1989; Vacc & Bright, 1999). Ancak matematik öğretmen adayları ile gerçekleştirilen araştırmaların (Ball, 1990; Even, 1993; Hacıömeroğlu, 2006; Kılıç, 2011; Toluk-Uçar, 2010; Türnüklü ve Yeşildere, 2007; Yeşildere ve Akkoç, 2010) ve matematik öğretmenleri ile gerçekleştirilen araştırmaların (Even & Tirosh, 1995; Fennema & Franke, 1992) sonuçları PAB'larının yetersiz ya da eksik olduğuna işaret etmektedir. Oysaki etkili bir öğretim ancak bilgili öğretmenler tarafından gerçekleştirilebilir. Bu nedenle öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel düşüncelerine yönelmeleri ve bu doğrultuda PAB'larını geliştirerek bunu öğretimlerine yansıtmaları önemli görülmektedir. Bu anlamda öğretmen adayları için öğretmen yetiştirme sürecinde; öğretmenler için hizmet içi, mesleki eğitimler anlamında atılacak doğru adımlara ihtiyaç vardır.

Bu araştırmadaki problem durumu matematik öğretmenlerinin PAB'larını öğrencilerin matematiksel düşüncelerini destekleme bağlamında nasıl geliştirilebileceğidir.

Kuramsal Çerçeve

Araştırmada matematik öğretmenlerinin PAB'ı öğrencilerin matematiksel düşüncelerini destekleme bağlamında ele almıştır. Matematiksel düşünme boyutunda Düşünmeyi Geliştirme Modeli (DGM) (Fraivillig, Murphy & Fuson, 1999) baz alınmıştır. Bu model üç bileşenden oluşmaktadır: öğrencilerin çözüm yollarını ortaya çıkarmak, kavramsal anlamalarını desteklemek ve matematiksel düşüncelerini geliştirmek. Modeldeki her bir bileşen için öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin geliştirilmesi yolunda öğretmenin sınıf ortamında neler yapabileceği ortaya konulmuştur. Ortaya çıkarma, öğrencilerin düşüncelerini açıklamaları için onlara olanak sağlama olarak görülmektedir. Öğrencilerin

düşüncelerini desteklemede onların ne düşündüklerini bilmek ve yanıtlarını ortaya çıkarmak önemli görülmektedir. Çünkü bu sayede öğretmen tüm öğrenciler için öğrenme olanakları sağlayabilir (Yackel, 1995'den akt. Fraivillig, Murphy & Fuson, 1999, s. 154). Modelin destekleme ayağı, öğrencilerin mevcut bilişsel yetenekleri ile yapabildikleri çözüm yollarını açıklamaları için onların cesaretlendirilmesini ve öğretmenin bu doğrultuda pedagojik kararlar almasını içerir. Ortaya çıkarma ve destekleme öğretim bileşenleri öğrencilerin daha önce alışık oldukları çözüm yolları hakkındaki düşüncelerine erişme ve bunu kolaylaştırmaya yönelik öğretim stratejilerini içermektedir. Fakat, bu bileşenler öğretmenlerin öğrencilerin düşüncelerini harekete geçirmek ve geliştirmek amacıyla başvurdukları yöntemleri içermez (Fraivillig, Murphy & Fuson, 1999). Son bileşen olan geliştirme ise, öğrencilerin gelişimlerini yakınsak gelişim alanlarında sağlamak için kullanılacak stratejileri ele alır. Bu model, öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin desteklenmesi ve geliştirilmesi gerektiği önerisinde bulunmakla kalmayıp, öğretmenin bunu nasıl başarabileceğine dair somut bir yol göstermesi nedeniyle tercih edilmiştir.

Öte yandan matematiksel düşünme becerisinin öğrencilere kazandırılmasında ve bu becerinin desteklenmesinde belki en önemli rolün öğretmende olduğu söylenebilir. Bu anlamda eğer öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin desteklemek söz konusu ise öğretmenlerin bilgilerinin geliştirilmesi gerektiği düşünülmektedir. Bu düşünceden yola çıkılarak, araştırmada matematik öğretmenlerinin PAB'lerinin matematiksel düşünmeyi destekleme bağlamında ele alınmasına karar verilmiştir. Dolayısıyla araştırmada temel olarak benimsenen bir diğer kuramsal fikir PAB olmuştur. Araştırmanın kuramsal yapısını oluşturmak üzere, DGM'de yer alan öğretimsel örnekler PAB'in odaklanılan iki bileşeni (öğrenci düşüncesi bilgisi, öğretim stratejileri ve gösterim şekilleri bilgisi) ile karşılıklı olarak ilişkilendirilmiştir. Bu ilişkilendirme yapılırken bir tabloda yataya PAB bileşenleri, düşeye ise DGM'nin üç bileşeni yerleştirilmiştir. Daha sonra DGM'de yer alan öğretimsel uygulamalar PAB'in alt bileşenleri kapsamında düşünülerek bu tablodaki uygun hücreye yerleştirilmiştir. Bazen aynı bileşen birden fazla hücreye yerleştirilirken, bazı hücrelere ise hiçbir bileşen atanmamıştır. Böylece araştırmanın kuramsal alt yapısını oluşturan tablolar elde edilmiştir. Bu kuramsal çerçevenin oluşturulması ile ilgili daha detaylı bilgiye Tataroğlu Taşdan ve Çelik (2016) makalesinden ulaşılabilir.

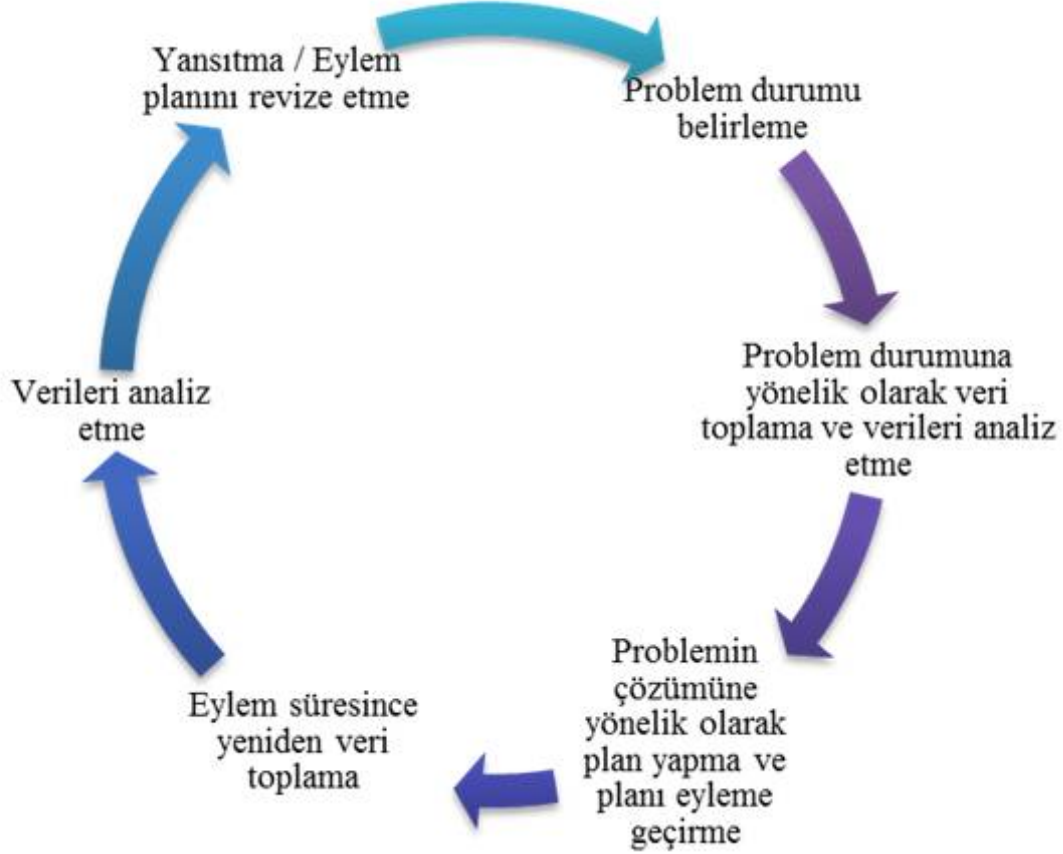
YÖNTEM

Bu araştırma kapsamlı olarak yürütülen doktora tez çalışmasının bir parçasıdır. Çalışmada matematik öğretmenlerinin PAB'lerinin matematiksel düşünmeyi destekleme bağlamında nasıl geliştirilebileceği ele alındığından araştırma modeli olarak eylem araştırması benimsenmiştir. Eylem araştırması, uygulayıcıların karşılaştıkları bir problemi ortadan kaldırmak veya var olan bir pratiği daha iyi hale getirmek ve iyileştirmek için kullanılan (Mills, 2003), araştırma ile uygulamayı bir araya getiren ve araştırma sonuçlarının uygulamaya aktarılmasını kolaylaştıran bir araştırma yaklaşımıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2006).

Eylem araştırmasının da diğer araştırma yöntemleri gibi sistematik bir şekilde planlanması gerektiğini belirten Taylor (2002) da eylem araştırmasında öncelikle durumu betimlemek için şu soruları kapsayan bir kontrol listesini kullanmak yararlı olabileceğini belirtmiştir: “*Şimdiye kadar ne oluyordu- durum neydi? Bunun gerekçesi nedir?*”, “*Ben neyi değiştirmeye çalışıyorum?*”, “*Olanaklar nelerdir?*”, “*Kim etkilenecek?*”, “*Kim ile görüşeceğim?*”. Bu araştırmanın çıkış noktası ise “*Matematik öğretmenlerinin PAB'leri matematiksel düşünmeyi destekleme bağlamında nasıl geliştirilebilir?*” sorusu olmuştur.

Literatür incelendiğinde eylem araştırması sürecinin farklı araştırmacılar tarafından farklı yaklaşımlarla ve modellerle ele alındığı görülmektedir (Ebbutt, 1985; Elliott, 1991; Ferrance, 2000; Kemmis & McTaggart, 1988; Lewin, 1946, McKernan, 1996; McNiff, 1988; Waters-Adams, 2006; Zuber-Skerritt, 2001). Aşamaları farklı isimlerde ve sayılarda olsa da eylem araştırması sürecinin aşamalı ve döngüsel bir süreç olduğu söylenebilir. Bu süreç; bir problem durumu belirleme, bu

problem durumuna yönelik olarak veri toplama ve verileri analiz etme, problemin çözümüne yönelik olarak plan yapma, planı eyleme geçirme, eylem süresince yeniden veri toplama, verileri analiz etme ve yansıtma yani sonraki eylem planını yapma olarak özetlenebilir (bkz. Şekil 1). Bu çalışmada bu sürecin izlenmesi uygun görülmüştür.



Şekil 1. Eylem Araştırması Süreci

Araştırmanın Katılımcıları

Araştırmanın katılımcıları İzmir ili ortaöğretim kurumlarında görev yapan gönüllü 6 matematik öğretmenidir. Katılımcılar amaçlı örnekleme çeşitlerinden biri olan kolay ulaşılabilir durum örnekleme ile belirlenmiştir. Amaçlı örnekleme, çalışıldığında araştırma sorularına yanıt bulmaya yardımcı olacak zengin bilgiye sahip durumların seçilmesine olanak verir (Patton, 2002, s. 230). Araştırmanın başlangıcında İzmir ili Buca ilçesinde bulunan ortaöğretim kurumlarında eğitim veren matematik öğretmenleri ile görüşülerek araştırmanın amacı ve süreci hakkında bilgiler verilmiştir. Bu görüşmeler sonunda 8 matematik öğretmeni araştırmaya katılmaya gönüllü olmuştur. Gönüllü olan öğretmenler için resmi izinlerin alınmasının ardından araştırma sürecine başlanmıştır. Dolayısıyla araştırmada erişilmesi kolay olan durum seçilmiştir. Araştırmada verilerin toplanması iki yıllık bir süreci kapsamıştır. Bu süreçte öğretmenlerden 2'si bazı nedenlerden dolayı öğretim tasarımı uygulamasının ardından araştırmadan ayrılmışlardır. Böylece araştırmanın katılımcıları İzmir ili ortaöğretim kurumlarında görev yapan gönüllü 6 matematik öğretmeni olarak belirlenmiştir. Araştırmada katılımcı öğretmenlerin gerçek isimleri kullanılmamış, belirlenen takma isimlerin kullanılması tercih edilmiştir. Öğretmenler için seçilen takma isimler Ayla, Ersin, Gökhan, İsmet, Özge ve Veli şeklindedir.

Veri Toplama ve Analizi Süreci

Araştırmada amaç doğrultusunda birden fazla veri toplama aracına başvurulmuş ve nitel veriler toplanmıştır. Veri toplama aracı olarak gözlem (video kaydı), görüşme ve yazılı dokümanlar kullanılmıştır. Bu verilerin yanı sıra toplanan bazı veriler ikincil veri kaynağı olarak değerlendirilmiş

ve gerektiğinde birincil veri kaynaklarını desteklemek için kullanılmıştır. Farklı veri kaynaklarının (gözlem-görüşme-doküman inceleme) kullanılmasına çalışılarak veri çeşitlemesi sağlanmıştır. Böylece araştırmannın geçerlik ve güvenilirliğinin sağlanmasına katkı yapılmıştır.

Görüşmeler, öğretim tasarımının uygulanması öncesinde ve sonrasında öğretmenlerin matematiksel düşünme ve öğretimde matematiksel düşünmenin desteklenmesi konularındaki mevcut görüşlerini belirlemek amacıyla gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerde katılımcının izniyle ses kayıt cihazı kullanılarak veri kaybının önlenmesi sağlanmıştır. Yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerin dışında eylem araştırması süresince birincil verileri desteklemesi amacıyla çağrışım tekniğine dayalı görüşmeden de yararlanılmıştır. Özellikle videolar aracılığıyla yapılan çağrışım tekniğine dayalı görüşme (video-stimulated recall) eğitim araştırmalarında sıkça kullanılan bir araçtır (Calderhead, 1981; Lyle, 2003; Muir, 2010; O'Brien, 1993). Uygulama bitiminde katılımcılara, uygulama öncesindeki fonksiyon kavramı öğretimi videoları izletilmiş ve önceden belirlenen kısımlar hakkında görüşleri alınmıştır.

Araştırmada matematikte temel kavramlardan bir olan fonksiyon kavramının öğretimine odaklanılmıştır. Katılımcı matematik öğretmenlerinin fonksiyon kavramı öğretimleri gözlenmiştir. Gözlem verileri ardışık iki yılda toplanmıştır. Gözlemlenen ortamdaki davranışları daha derinlemesine ve tekrar tekrar inceleyebilmek için gözlem verileri, gerekli izinler alınarak, bir video kamera aracılığıyla kayda alınmıştır.

Araştırmada veri toplama sürecinde görüşme ve gözlem yöntemlerinin dışında doküman incelemesi yoluna da gidilmiştir. Doküman incelemesi, araştırılması hedeflenen olgular hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin analizini kapsar (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Araştırmannın dokümanlarından ilki literatürdeki kaynaklardır. Bu kaynaklar incelenerek öğretim tasarımının bileşenleri belirlenmiştir. Öğretim tasarımının uygulanması esnasında da araştırmaya katkı sağlayacağı düşünülen materyallerin de toplanması söz konusu olmuştur. Örneğin öğretmenlerin öğretim tasarımı sürecindeki senaryo durumları gibi çalışmalardaki yazılı materyalleri, öğretmenlerden alınan yazılı görüşler gibi dokümanlar da gerektiğinde araştırmaya dâhil edilmiştir.

Araştırmada görüşme verilerinin analizi nitel veri analizi yöntemlerinden içerik analizi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Araştırmada uygulama öncesinde ve sonrasında toplanan görüşme verileri önce araştırmacı tarafından transkript edilerek yazıya dönüştürülmüştür. Daha sonra anlamlı kodlara ve temalara ulaşılmaya çalışılmıştır. Gözlem verilerinin analizi betimsel analiz kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Dokümanların analizinde ise doküman analizine başvurulmuştur.

BULGULAR

Bu kısımda bulgular yöntem kısmında belirtilen eylem araştırması süreci dikkate alınarak sunulmuştur.

Problem Durumunu Belirleme

Bu araştırmannın bir eylem araştırması olarak tasarlanmasında başlangıç noktası, öğretmen yetiştiren bir kurum olan Eğitim Fakültesi'nin birer elemanı olarak araştırmacıların, öğretmenler ve öğretim elemanları ile gerçekleştirilen informal görüşmelerde öğretmenlerin PAB'lerinde bazı eksiklerinin olduğunu hissetmesi olmuştur. Literatür incelendiğinde de gerçekten matematik öğretmen adayları ile gerçekleştirilen araştırmaların (Ball, 1990; Even, 1993; Hacıömeroğlu, 2006; Kılıç, 2011; Toluk-Uçar, 2010; Türnüklü ve Yeşildere, 2007; Yeşildere ve Akkoç, 2010) ve matematik öğretmenleri ile gerçekleştirilen araştırmaların (Even & Tirosh, 1995; Fennema & Franke, 1992) sonuçları da PAB'larının yetersiz ya da eksik olduğuna işaret etmektedir.

Problem Durumuna Yönelik Olarak Veri Toplama ve Verileri Analiz Etme

Öğretmen yetiştiren bir kurumun çalışanı olarak söz konusu eksikliğin giderilmesine katkıda bulunmak ve öğretmenlerin PAB'larının öğrencilerin matematiksel düşüncelerini destekleme bağlamında geliştirmek amacıyla bir eylem araştırması yapılmasına karar verilmiştir. Bu bağlamda araştırmada önce matematik öğretmenlerinin öğretimlerindeki mevcut durumları belirlenmeye çalışılmıştır. Bu amaçla matematik öğretmenlerinin matematiksel düşünme hakkındaki görüşleri alınmış ve fonksiyon kavramı öğretimleri video kaydı aracılığıyla gözlenmiştir.

Toplanan bu ilk verilerin değerlendirilmesi ile elde edilen bulgular ve öne çıkan eksikliklerin giderilmesine yönelik öneriler Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Uygulama Öncesindeki Verilerden Elde Edilen Bulgular ve Öneriler

Öne Çıkan Görüşme Bulguları	Öneriler
Bazı öğretmenlerde “ <i>Matematiksel düşünme matematik dersine özgüdür</i> ” düşüncesi hâkimdir. (Veli) Çoğu öğretmen matematiksel düşünme ile problem çözme sürecinin birbiri ile tamamen aynı olduğunu düşünmektedir. (Ayla, Gökhan, Özge, Veli) Öğretmenlerin görüşlerinden, öğretimlerinde matematiksel düşünmeyi desteklemeye sınırlı olarak yer verdikleri belirlenmiştir.	Öğretmenlerin matematiksel düşünmenin ne olduğu hakkında daha fazla teorik bilgiye sahip olmaları sağlanmalıdır. Öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin nasıl desteklenebileceği ile ilgili somut durumları ve örnekleri görmeleri yararlı olacaktır.
Öne Çıkan Gözlem Bulguları	Öneriler
Öğretmenler öğrenci düşüncesi bilgisi bileşenlerinden; Öğrencilerin kavram yanlışlarını bilme ve gidermede çok başarılı bir yaklaşım sergilememektedir. Çoğunlukla öğrencilerin düşüncelerini derinlemesine açıklamaları için teşvik etmemektedirler. Öğrenci düşüncesini ön görerek derslerini şekillendirmede yeterli değildir. Öğretmenler öğretim stratejileri ve gösterim şekilleri bilgisi bileşenlerinden; Farklı gösterim şekillerini kullanmamakta ve gösterim şekilleri arasında geçişlere çok fazla başvurmamaktadırlar. Derslerinde gerçek yaşam örneklerine çok fazla yer vermemektedirler. Bazı öğretmenler (Ayla, Veli, İsmet, Özge) geleneksel öğretmen merkezli bir öğretim yapmaktadır. Öğretmenler DGM'nin geliştirme bileşenindeki koşulları sağlamada yeterli olamamaktadırlar.	Öğretmenler PAB'larını geliştirici bir eğitim programı ile desteklenmelidir. Bu program öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin desteklenmesine yönelik ve uygulamaya dönük olmalıdır.

Problem Çözümüne Yönelik Olarak Plan Yapma / Eylem Planı Hazırlama-1

Tablo 1'de görüldüğü gibi özetle katılımcı matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini destekleme bağlamında PAB'larının geliştirilmesi gerektiği belirlenmiştir. Öğretmenlerin mevcut durumlarında belirlenen sıkıntılar göz önüne alınarak matematik öğretmenlerinin PAB'larını matematiksel düşünmeyi destekleme bağlamında geliştirmeyi amaçlayan bir öğretim tasarımı hazırlanmasına karar verilmiştir.

Eylem Planını Uygulama-1

Literatür taraması ve uzman görüşleri doğrultusunda hazırlanan ve bir mesleki gelişim programı prototipi olabileceği düşünülen öğretim tasarımı (Tataroğlu Taşdan ve Çelik, 2014), ilk verilerin toplanmasını takip eden eğitim öğretim yılı başında yani fonksiyon kavramının ikinci kez öğretiminden önce öğretmenlerin katılımları ile bir plan dâhilinde uygulanmıştır.

Eylem araştırması, hakkında veri toplananların da çalışmaya aktif katılımlarına önem verir (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2009: 19). Dolayısıyla araştırma boyunca öğretmenler sürece aktif katılımları konusunda teşvik edilmiştir.

Hazırlanan öğretim tasarımı beş günlük bir program dâhilinde matematik öğretmenlerine uygulanmıştır. Beş günlük uygulamanın ilk iki gününde araştırmacılar daha aktifken, sonraki üç gününde katılımcıların aktif olmaları sağlanmıştır. Uygulamanın her günü bir oturum şeklinde organize edilmiştir. Bu oturumlarda öğretmenlere matematiksel düşünme, fonksiyon kavramı, öğretmen bilgisi ve pedagojik alan bilgisi ile ilgili bilgiler verilmiştir. Ardından öğretmenler ile literatürdeki çalışmalar ele alınmış ve sonuçları kendi öğretimleri kapsamında tartışılmıştır. Öğretmenlere fonksiyon kavramının öğretimine ilişkin senaryo durumları verilmiş ve bu durumlarda neler yapacakları üzerine konuşulmuştur. Fonksiyon kavramına yönelik sorulara verilen öğrenci yanıtlarının analizi, fonksiyon kavramının öğretiminde teknoloji kullanımı ve bazı örnek ders videolarının analizi gibi çalışmalar da yapılarak öğretmenlerin PAB gelişimlerine katkıda bulunulmaya çalışılmıştır.

Öğretim tasarımı uygulaması sırasında araştırmacı tarafından gözlemler yapılmıştır. Ancak araştırmacı süreçte aktif olduğu için gözlem notları tutamamıştır. Bu nedenle gözlem verilerinin katılımcıların da izniyle video kamera aracılığıyla kayda alınması uygun görülmüştür. Kaydedilen videoların incelenmesinin ardından öğretim tasarımı uygulaması sürecinde öne çıkan bazı bulgular dikkat çekmiştir (bkz. Tablo 2).

Tablo 2. Öğretim Tasarımı Uygulaması Sürecindeki Verilerden Elde Edilen Bulgular ve Öneriler

Öğretim Tasarımı Uygulaması Sürecinde Elde Edilen Bulgular

Öğretim Tasarımı Uygulaması Sürecinde Elde Edilen Bulgular	Öneriler
Öğretmenler öğretim tasarımının uygulanması sürecinde kendi öğretimlerinden örnekler vermişlerdir ve uygulamalarına ilişkin öz eleştirilerde bulunmuşlardır. Ayrıca ileriki uygulamalar için de önerilere yer vermişlerdir.	Öğretim tasarımı uygulaması sonrasında öğretmenlerin uygulamadaki değişimleri gözlenmelidir ve öğretmenlerle gözlem sonuçları hakkında görüşülmelidir. Böylece öğretmenlerin öğretim tasarımı sonrasında görüşlerini uygulamaya ne kadar yansıttıkları görülebilecektir. Ayrıca öğretmenler öğretimlerinde devam etmekte olan sıkıntıları görecekle ve bunları düzeltme olanağı bulabileceklerdir. Benzer düşünceyle öğretmenlere uygulama öncesindeki kendi fonksiyon kavramı öğretimi videoları izletilmeli ve analiz sonuçları öğretmenlerle paylaşılarak görüşme yapılmalıdır.
Öğretmenler öğrencilerin matematiksel düşüncelerini destekleyici ve geliştirici sorular bulma konusunda zorlandıklarını dile getirmişlerdir. Ellerinde soru örnekleri olsa bunları geliştirebileceklerini ifade etmişlerdir.	Öğretmenlere öğrencilerin matematiksel düşüncelerini destekleyici ve geliştirici soru örnekleri verilerek bunları nasıl geliştirip kullanabilecekleri hakkında bir görüşme yapılabilir.

Eylem Planı Hazırlama-2

Öğretim tasarımı uygulama sürecinde elde edilen bulgular doğrultusunda ortaya çıkan öneriler araştırmacıları yeni eylem planları yapmaya yöneltmiştir. Bu doğrultuda katılımcıların gelişimlerinin izlenmesi amacıyla her öğretmenin en az ekstra birer ders saatinin gözlemlenmesine karar verilmiştir.

Eylem Planını Uygulama-2

Yapılan bu gözlemler informal gözlem olarak nitelendirilmiştir. Gözlemlerde araştırmacı tarafından gözlem notları tutulmuş ve gözlemin hemen sonrasında öğretmenle bir araya gelinerek izlenen ders hakkında görüşme yapılmıştır.

Bu görüşmelerin her biri grupça değil, öğretmen ve araştırmacı arasında birebir olarak gerçekleştirilmiştir. Çünkü katılımcı öğretmenlerin 4 farklı okulda görev yapmaları ve ders programlarının yoğunluğu nedeniyle tüm grubun bir araya gelmesi mümkün olamamıştır. Bu nedenle araştırmacı her bir öğretmenin uygun olduğu ders saatlerinde okula giderek gözlem ve görüşmeleri yürütmüştür.

Görüşmelerde tüm öğretmenler aldıkları eğitim sonrasında öğretimlerinde olumlu değişikliklerin olduğunu ifade etmişlerdir. Bu bulguyu destekleyen öğretmen görüşlerinden birkaçı örnek olarak aşağıda verilmiştir.

Geçen seneye göre bu sene daha çok söz hakkı veriyorum çocuğa ya da daha çok öncelik öğrencide oluyor. (Ayla, U.S. informal ders gözlemi sonrası görüşme)

Kavram yanlışlarını, yaşayabilecekleri zorlukları daha fazla düşünmeye başladım. (Ersin, U.S. informal ders gözlemi sonrası görüşme)

Ben şunu gördüm, ben öğretmen merkezli bir çalışma (öğretim) yapıyordum. Ama şu anda sanki bunu kırdım gibi geliyor. Sınıf içinde daha çok öğrenciye söz vermeye çalışıyorum. Onların fikirlerini, onların sorularını veya onların düşüncelerini tahtaya yansıtıp bir de böyle bakalım bir de böyle çözelim diyorum. (İsmet, U.S. informal ders gözlemi sonrası görüşme)

Bu sene şunu da yapıyorum ben. Oturduğum yerden söyle. Bizim çünkü mevcutlarımız, Endüstri Meslek, 40-45 kişi. Tahtaya gel o sırada onunla uğraşırken işte diğer 38-39 kişi... İlgiyi kaybetmemek için oturduğum yerden söyle diyorum. Onun söylediklerini yazıyorum. Yanlış da olsa yazıyorum. Bitti mi ifaden bitti. Bak şuraya kadar yanlış diyorum. Bu sene farklı olarak bunu da uyguluyorum. (Veli, U.S. informal ders gözlemi sonrası görüşme)

Eylem Planı Hazırlama-3

Öğretim tasarımı uygulama sürecinde elde edilen bulgular ve ortaya çıkan öneriler doğrultusundaki bir diğer eylem planı, katılımcıların kendi öğretimlerine yönelik öz değerlendirmeler yapmalarının sağlanmasıdır. Bu amaçla her bir öğretmen ile çağrışım tekniğine dayalı görüşmelerin yapılmasına karar verilmiştir.

Eylem Planını Uygulama-3

İnformal gözlem çalışmasını takiben her bir öğretmenin uygulama öncesi ders videoları öğretmenlerle bir araya gelinerek irdelenmiştir ve uygulama öncesi videoları üzerine çağrışım tekniğine dayalı görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Her bir öğretmene fonksiyon kavramı öğretimine yönelik kendi ders videoları izletilmiş ve videolar durdurulup söz konusu durum üzerine görüşülmüştür.

Çağrışım tekniğine dayalı görüşmelerde öğretmenlere “Araştırma kapsamında gerçekleştirdiğiniz öğretim sürecinizi nasıl değerlendiriyorsunuz?” sorusu yöneltilmiştir. Öğretmenlerin öz değerlendirme yaparak verdikleri yanıtlardan artık öğretimlerinde öğrenciyi merkeze almaya çalıştıkları ve öğrenciyi daha fazla düşündürmeye çalıştıkları anlaşılmaktadır. Öğretmen görüşlerinden bazıları aşağıda verilmiştir.

Çoğu zaman çözümlerde onlara söz hakkı veriyorum. Ne düşünüyorsunuz? Doğru ya da yanlış dememeye çalışıyorum. O çok önemli. Onu ben bu yıl fark ettim mesela. Biz bir şeyler yapıyorduk ama bunlar doğru şeyler değilmiş, birçoğu doğru değilmiş yani. (İsmet, Çağrışım tekniğine dayalı görüşme)

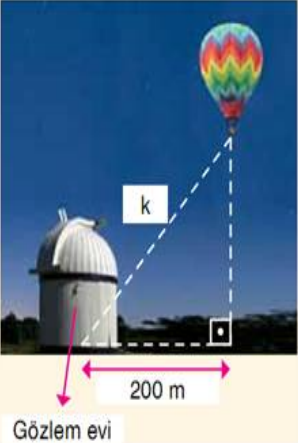
Çok fazla ben merkezli olmuş bütün hepsi. Soruların neredeyse çözümüne kadar getirmişim, çok bir şey kalmamış, öğrencilere düşünmeleri adına çok bir şey bırakmamışım. Sadece uygulama kısmı onlara kalmış. Öyle görünüyor. O yüzden de çok yorum yapabildiklerini zannetmiyorum. (Özge, Çağrışım tekniğine dayalı görüşme)

Eylemi Planlama-4

Öğretim tasarımı uygulamasından elde edilen bir diğer bulgu öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünmelerini destekleyici soru örneği görme istekleri olmuştur. Bu doğrultuda katılımcılarla fonksiyon kavramı özelinde Matematiksel Düşünmeyi Geliştirmeye Yönelik Soru örnekleri hakkında bir toplantı yapılmışna karar verilmiştir.

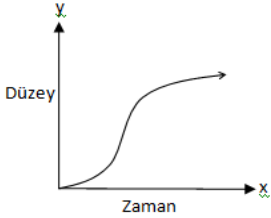
Eylem Planını Uygulama-4

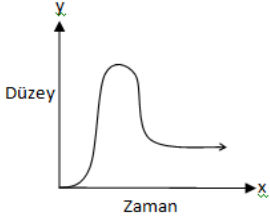
Tüm öğretmenler için uygun olan bir gün ve saat belirlenemediği için aynı okuldaki 3 öğretmen ile bir toplantı, diğer okullardaki 3 öğretmen ile de ayrı bir toplantı düzenlenmiştir. Aynı şekilde gerçekleştirilen her iki toplantıda da önce öğretmenler araştırmacılar tarafından literatürden yararlanılarak hazırlanan soruları (bkz. Şekil 2) çözmeye çalışmışlardır. Ardından da çözümler ve bu soruların nasıl geliştirilebileceği ve kullanılabileceği hakkında bir tartışma sağlanmıştır



Bir uçan balon saat 14.00'te yerden dik bir şekilde $dk.$ 'da 3 m yükselerek ilerlemektedir. Uçan balonun kalktığı yerin 200m ilerisinde şekildeki gibi bir gözlemevi bulunmaktadır. Gözlemevinden balonun bulunduğu yer de görülmektedir. Buna göre saat 14.00'ten sonra, t zamanı göstermek üzere balon ile gözlemevi arasındaki uzaklık olan k 'yi, t 'nin bir fonksiyonu olarak yazınız. Buna göre 1 saat sonra balonla gözlemevi arasındaki uzaklığın kaç m olacağını bulunuz.

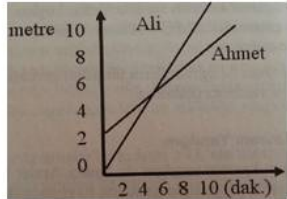
13. Yale Üniversitesi'nden araştırmacılar hırs ve sorumluluğun zamanın bir fonksiyonu olduğunu ileri sürmüşlerdir. Aşağıda verilen grafiklere baktığınızda hangi grafiğin hırsa, hangi grafiğin sorumluluğa ait olduğunu düşünüyorsunuz. Neden böyle düşündüğünüzü açıklayınız.





- Siz de sevgi, üzüntü, öfke vb. duygularınız için grafikler çiziniz. Yatay eksen zaman, dikey eksen düzey olsun. Negatif sayıları da kullanabilirsiniz.

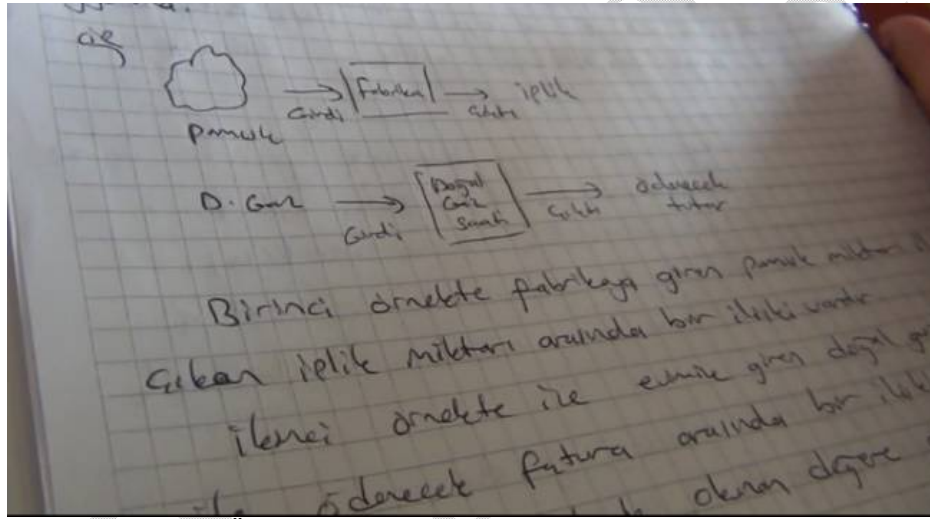
16. Aşağıdaki grafik Ali ve Ahmet'in aldığı yolu göstermektedir. Buna göre 4. dakikada kim daha hızlı yol almıştır?



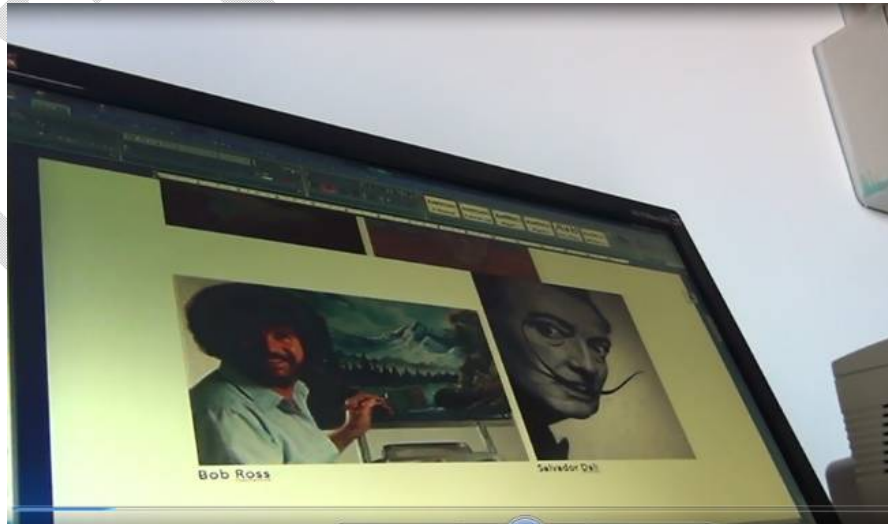
Şekil 2. Fonksiyon Kavramına Yönelik Soru Örnekleri

Uygulanan bu eylem planında amaç katılımcı öğretmenlere öğretimlerinde yararlanabilecekleri soru örnekleri sunmaktır. Bu uygulama ile katılımcılar bu ya da benzer tarzdaki öğrencilerin matematiksel düşüncelerini desteklemeye yönelik soruları derslerinde kullanmaları için teşvik edilmeye çalışılmıştır.

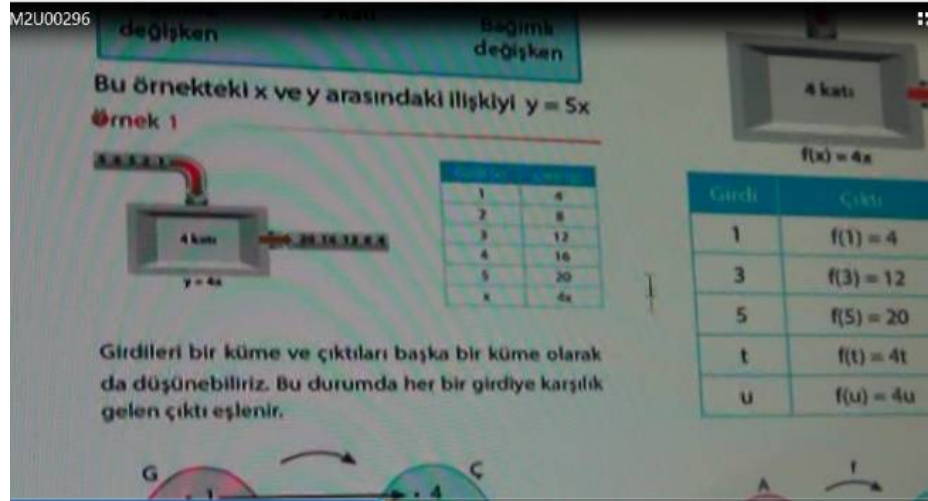
Bu çalışmaların ardından öğretmenlerden fonksiyon kavramının öğretimi için ders planı hazırlamaları da istenmiştir. Ders planları, eylem planının parçası olarak ya da veri toplama amacıyla değil öğretmenleri öğretimlerini daha düzenli ve planlı olarak yürütmeleri için teşvik edebilmek amacıyla istenmiştir. Öğretmenler planlarını hazırladıklarında araştırmacı ile bir araya gelmişlerdir. Araştırmacı planlar hakkında öğretmenlere önerilerde bulunmuştur. Ders planlarına araştırmacı tarafından verilen dönütlerle, öğretmenlere öğretimlerinde öğrencilerin matematiksel düşüncelerini destekleme anlamında gelişimlerine katkı sağlanması amaçlanmıştır. Öğretmenler bu öneriler doğrultusunda ders planlarını revize ederek fonksiyon kavramı öğretimine hazır hale gelmişlerdir. Öğretmenlerin hazırladıkları ders planlarına ilişkin ekran görüntüsü örnekleri Şekil 3-4-5’de görülmektedir.



Şekil 3. Ayla Öğretmen’in ders planı görüşmesinden ekran görüntüsü



Şekil 4. Ersin Öğretmen’in ders planı görüşmesinden ekran görüntüsü



Şekil 5. İsmet Öğretmen'in ders planı görüşmesinden ekran görüntüsü

Yukarıdaki şekillerde de görüldüğü gibi Ayla Öğretmen ders planında fonksiyon kavramına girdi-çıkı yaklaşımından yararlanarak giriş yapmayı tercih etmiştir. Ersin Öğretmen resimler ve resimlerinin eşleştirilmesine yönelik görsellerin bulunduğu bir çalışma ile fonksiyon kavramının öğretilmesine başlamıştır. İsmet Öğretmen'in de ders planında girdi-çıkı yaklaşımından yararlandığı ve fonksiyon makinesi benzetimini kullandığı görülmektedir.

Yeniden Veri Toplama ve Yorumlama

Ders planlarına yönelik yapılan çalışmanın ardından, eylem planlarının işe yarayıp yaramadığını görmek amacıyla, matematik öğretmenlerinin öğretimlerinde matematiksel düşünmeyi destekleyen işleyişe ne ölçüde ve kapsamda yer verdikleri ve matematiksel düşünmeye yönelik görüşleri yeniden incelenmiştir. Bu amaçla gözlem ve görüşme yapılarak veriler toplanmıştır. Araştırmada veriler nitel yöntemler kullanılarak toplanan veriler analiz edilerek literatür desteği ile yorumlanmıştır.

Matematik öğretmenlerinin uygulama sonrasındaki matematiksel düşünmeye yönelik görüşleri incelendiğinde matematik öğretmenlerinin hem uygulama öncesinde hem de uygulama sonrasında matematiksel düşünmeyi bir problem çözme süreci olarak gördükleri ortaya çıkmıştır. Ayrıca elde edilen bir diğer bulgu katılımcı öğretmenlerin uygulama sonrasında görüşlerinin uygulama öncesine göre daha kapsamlı hale geldiğidir. Örneğin, katılımcı matematik öğretmenleri uygulama öncesinde çoğunlukla matematiksel düşünmenin bir problem çözme becerisi olduğunu belirtirken uygulama sonrasında bu görüşe ek olarak matematiksel düşünmenin yeni düşünce veya çözüm üretme olduğuna ilişkin görüşler de öne çıkmıştır.

Araştırmada elde edilen bir diğer bulgu olarak; katılımcılara derslerinde öğrencilerin matematiksel düşüncelerini desteklemek için neler yaptıkları sorulduğunda, uygulama öncesinde de sonrasında da öğrenciyi düşündürmeye yönlendirdiklerini belirtmiş olsalar da uygulama sonrasında bu yönlendirmenin nasıl yapıldığına ilişkin detayları (öğrenciye daha fazla söz hakkı verme, öğrenci düşüncesini anlamaya çalışma, öğrenci düşüncesini dinleme ve bir sorunun yanıtını hemen vermeyip öğrencilerin düşünmesini sağlama gibi) da vermişlerdir. Ayrıca gösterim şekillerinden daha fazla yararlanma ve problemlere farklı çözüm yolları gösterme de uygulama sonrasında, katılımcı öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini desteklemek için yaptıklarını belirttikleri arasında yer almıştır.

Gözlem verilerinin analizinden görülmektedir ki katılımcı matematik öğretmenlerinin uygulama sonrasındaki öğretimlerinde matematiksel düşünmeyi destekleyen ders işleyişlerine ne ölçüde ve kapsamda yer verdikleri incelendiğinde öğretimlerinde bir takım olumlu değişiklikler olduğu ve PAB'lerinde kayda değer bir gelişme sağlandığı görülmüştür. Bu gelişim bazı öğretmenlerde daha az,

bazılarında ise daha fazla olmuştur. Araştırmada uygulama öncesinde son derece geleneksel ve öğretmen merkezli bir yaklaşıma sahip olan öğretmenler uygulama sonrasında öğretimlerini öğrenci merkezli hale getirmeyi başarmışlardır.

Araştırma kapsamında ele alınan PAB bileşenlerinden biri olan öğrenci düşüncesi bilgisinde katılımcı matematik öğretmenlerinin en fazla gelişimi, öğrencilerin kavram yanlışlarını belirme alt bileşeninde gösterdikleri belirlenmiştir. Uygulama öncesinde kavram yanlışları alt bileşenine ilişkin olumsuz bulgulara ulaşılmış olması dikkat çekmiştir. Uygulama öncesindeki derslerinde kavram yanlışları belirlenmiş olsa da öğretmenler, bu yanlışların kaynağını öğrenmek ya da bu yanlışları gidermek için fazla bir çaba göstermemişlerdir. Bazı öğretmenlerin (İsmet ve Veli Öğretmen) dersinde ise hiçbir kavram yanlışının belirlenmediği görülmüştür. Öğretim tasarımı uygulamasında fonksiyon kavramında karşılaşılabilecek kavram yanlışlarının ele alınması öğretmenlerin bakış açılarını olumlu yönde etkilemiştir. Bu araştırmada öğrencilerin kavram yanlışlarını bilmek öğretmenlere öğretimlerini düzenleme olanağı vermiştir. Böylece katılımcı öğretmenler uygulama sonrasındaki öğretimlerinde, öğrencilerin kavram yanlışlarını belirlemek amacıyla onların düşüncelerini daha detaylı olarak açıklamalarını istemiş, bu yanlışın kaynağını anlamaya çalışmışlardır. Belirledikleri yanlışları gidermek için benzer durumları hatırlatmışlar ya da öğrenci düşüncesinden hareketle derse devam etmişlerdir.

Araştırmadaki katılımcı öğretmenlerin öğrenci düşüncesi bilgisi çerçevesindeki PAB'lerinde belirlenen bir diğer gelişme soru sormadadır. Öğretmenler uygulama öncesinde kısa cevaplı sorular kullanırlarken, uygulama sonrasında kullandıkları sorular açık uçlu, öğrenciyi düşünmeye sevk eden sorular olmuştur. "Neden?" "Niçin?" gibi sorularla öğrencilerin düşüncelerini anlamaya çalışmışlardır. Araştırma kapsamında ele alınan diğer PAB bileşeni olan öğretim stratejileri ve gösterim şekilleri bilgisinde de öğretmenlerin gelişim gösterdiği görülmüştür. En fazla gelişimin görüldüğü bileşen gerçek yaşam örnekleri alt bileşeni olmuştur. Ayrıca katılımcı öğretmenler araştırmada farklı gösterim şekillerini kullanma ve gösterim şekilleri arasında geçişler yapmada da anlamlı bir ilerleme kaydetmişlerdir. Uygulama öncesinde fonksiyon kavramı öğretiminde dört gösterim şekli (Venn şeması, sıralı ikili, cebirsel ve grafik) dışındaki gösterim şekillerinin kullanımı oldukça sınırlı iken uygulama sonrasında tablo, fonksiyon makinesi gibi farklı gösterim şekillerinin kullanımı artmıştır. Ayrıca katılımcı öğretmenler uygulama öncesinde gösterim şekilleri arasında geçişlere sınırlı şekilde yer vermişlerken, uygulama sonrasında daha fazla gösterim şekli arasında geçişler yapmışlardır.

Yansıtma/Eylem Planlarının Revize Edilmesi

Ulaşılan tüm bulgular doğrultusunda uygulanan eylem planlarının matematik öğretmenlerinin matematiksel düşünmeyi destekleme bağlamındaki PAB'lerini geliştirmede işe yaradığı görülmüş ve eylem araştırmasına son verilmesine karar verilmiştir. Eylem planlarının nasıl revize edilebileceği ortaya konularak önerilerde bulunulmuştur. Bu öneriler bir sonraki bölümde sunulmaktadır.

SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, matematik öğretmenlerinin PAB'larını matematiksel düşünmeyi destekleme bağlamında geliştirmeyi amaçlayan bir eylem araştırması ele alınmıştır. Bir arada düşünülerek ilişkilendirilen DGM ve PAB, araştırmanın kuramsal tabanını oluşturmuştur. Öğretmenlerin PAB'lerini geliştirmeye yönelik eylem planları geliştirilmiş ve uygulanmıştır. Eylem araştırmasının başlangıcında, süreçte ve sonrasında toplanan veriler katılımcı matematik öğretmenlerinin PAB'lerinde kayda değer bir gelişme sağlandığını, matematiksel düşünme hakkındaki görüşlerinin ise daha kapsamlı hale geldiğini göstermiştir.

Uygulanan eylem planları değerlendirildiğinde, öğretim tasarımı uygulamasının kısa zamanlı olması ve araştırmada ele alınan kavramın öğretiminden belirli bir süre öncesinde olmasının bazı olumsuzluklara sebep olduğu sezilmiştir. Benzer çalışma matematik öğretmen adaylarıyla yürütülseydi uygulama farklı şekilde planlanabileceken, araştırmadaki katılımcıların matematik öğretmenleri

olması ve bu öğretmenlerin farklı okullarda görev yapıyor olmaları uygulamanın planlanmasında bazı sınırlılıklara neden olmuştur. Hâlbuki bu tür mesleki gelişim programlarının uzun süreli ve sürekli olması, etkililiği açısından son derece önemlidir. Mesleki gelişim programlarının uzun süreli olduğu zaman daha etkili olduğuna dair sonuçlar araştırmalarda da ortaya konulmuştur (Darling-Hammond, Chung Wei, Andree, Richardson & Orphanos, 2009; Loucks-Horsley, Love, Stiles, Mundry & Hewson, 1996). Bu nedenle mesleki gelişim konusunda ve öğretmenlerle çalışacak araştırmacılara, daha uzun süreli eğitimler verebilmeleri için tedbirler almaları önerilmektedir.

Eylem planları değerlendirildiğinde dikkat çeken bir diğer husus, öğretmenlerin öğretim videolarını izleyip değerlendirmelerinin onlara yarar sağladığı ancak bunun grupça yapılmasının daha çok katkı sağlayacağı olmuştur. Araştırmada çağrışım tekniğine dayalı görüşmeler katılımcılarla bireysel olarak yapılmıştır. Öğretmenlerin mesleki gelişiminde videoların kullanılması son yıllarda oldukça yaygın başvurulan bir uygulamadır. Bu şekilde öğretmenlerin birbirlerinden ve kendi deneyimlerinden öğrenecekleri ortamların sağlanacağı araştırmaların hem öğretmenlere hem de alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Uluslararası literatürde matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının PAB gelişimine yönelik yapılan çalışmalar olsa da (örneğin Cognitively Guided Instruction, Teaching to Big Ideas, Integrating Mathematics Assessment); Türkiye’de PAB gelişimine yönelik yapılan çalışmaların (örneğin Akkaya, Akkoç, Bingölbali ve Özmantar, 2009) öğretmen adayları ile yürütüldüğü dikkat çekmektedir. Bu çalışmanın, PAB gelişimlerine yönelik olarak matematik öğretmenleri ile yürütülmüş olması yönüyle Türkiye literatürüne katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

- Akkaya, E., Akkoç, H., Bingölbali, E. & Özmantar, M.F. (2009). Matematik öğretmen adaylarına ölçme-değerlendirme bilgi ve becerisi kazandırma amaçlı bir ders tasarımı ve öğretmen adaylarının gelişimlerine etkisi. *1. Uluslararası Türkiye Eğitim Araştırmaları Kongresi*. Çanakkale.
- An, S., Kulm, G. & Wu, Z. (2004) The pedagogical content knowledge of middle school mathematics teachers in China and the U.S.. *Journal of Mathematics Teacher Education*. 7, 145- 172.
- Ball, D. L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *Elementary School Journal*. 90, 449-466.
- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*. Volume: 59 Number: 5, 389- 407.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. & Demirel F. (2009). *Bilimsel araştırma yöntemleri*(3. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Calderhead, J. (1981). Stimulated recall: A method for research on teaching. *British Journal of Educational Psychology*. 51, 211-217.
- Crespo, S. (2000). Seeing more than right and wrong answers: Prospective teachers’ interpretations of students’ mathematical work. *Journal of Mathematics Teacher Education*. 3, 155-181.
- Darling-Hammond, L., Chung Wei, R., Andree, A., Richardson, N. & Orphanos, S. (2009). *Professional learning in learning profession: A Status report on teacher development in the United States and Abroad*. Stateford University/ National Staff Development Council.
- Ebbutt, D. (1985) Educational action research: some general concerns and specific quibbles, in: Burgess, R. (Eds.) *Issues in Educational Research: Qualitative Methods*. Lewes, Falmer.
- Elliott, J. (1991). *Action research for educational change*. Buckingham: Open University Press.
- Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: prospective secondary teachers and the function concept. *Journal of Research in Mathematics Education*. 24, 94-116.
- Even, R. & Tirosh, D. (2008). Teacher knowledge and understanding of students’ mathematical learning and thinking. In L. D. English (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (2nd Edition, pp. 202-222). New York: Routledge.
- Fennema, E. & Franke, M. (1992). Teachers’ knowledge and its impact. In D. Grouws (Eds.), *Handbook of research on mathematical teaching and learning*(pp. 575-596). New York: Macmillan.
- Ferrance, E. (2000) Action research. *Themes in Education*. Retrieved October 20, 2011, from http://www.alliance.brown.edu/pubs/themes_ed/act_research.pdf.
- Fraivillig, J. L., Murphy, L. A. & Fuson, K. C. (1999). Advancing children’s mathematical thinking in everyday mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 148-170.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York: Teachers College Press.

- Hacıömeroğlu, G. (2006). *Prospective secondary teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge of the concept of function*. Unpublished Doctoral Dissertation. Florida State University, USA.
- Hughes, E. K. (2006). *Lesson planning as a vehicle for developing pre-service secondary teachers' capacity to focus on students' mathematical thinking*. Doctor of Philosophy Dissertation, University of Pittsburgh.
- Jones, A. & Moreland, J. (2004). Enhancing practicing primary school teachers' pedagogical content knowledge in technology. *International Journal of Technology and Design Education*. 14, pp. 121- 140.
- Kahan, J., Cooper, D. & Bethea, K. (2003). The role of mathematics teachers' content knowledge in their teaching: A framework for research applied to a study of student teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*. 6, pp. 223-252.
- Kemmis, S. & McTaggart, R. (1988). *The action research planner*. Geelong: Deakin University Press.
- Kılıç, H. (2011). Preservice secondary mathematics teachers' knowledge of students. *Turkish Online Journal of Qualitative Inquiry*. 2(2).
- Kovarik, K. (2008). *Mathematics educators' and teachers' perceptions of pedagogical content knowledge*. Doctoral Dissertation. Columbia University, Graduate School of Arts and Sciences.
- Lewin, K. (1946). Action research and minority problems. *Journal of Social Issues*. 2(4): 34-46.
- Liu, P.H. & Niess, M. L. (2006). An exploratory study of college students' views of mathematical thinking in a historical approach calculus course. *Mathematical Thinking and Learning*. 8(4), 373-406.
- Loucks-Horsley, S., Stiles, K. & Hewson, P. (1996). Principles of Effective Professional Development for Mathematics and Science Education: A Synthesis of Standards. *NISE Brief*. 1(1), Madison, WI: University of Wisconsin.
- Lyle, J. (2003). Stimulated recall: A report on its use in naturalistic research. *British Educational Research Journal*. 29(6), 861-878.
- Magnusson, S., Krajcik, J. & Borko, H. (1999). Nature, sources and development of pedagogical content knowledge for science teaching. In J. Gess-Newsome and N.G. Lederman (Eds.), *Examining pedagogical content knowledge*. (95-132). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: From a mathematical case to a modified conception. *Journal of Teacher Education*. 41(3), 3-11.
- McKernan, J. (1996). *Curriculum action research: A handbook of methods and resources for the reflective practitioner*. Second Edition. London and New York: Routledge.
- McNiff, J. (1988). *Action research: principles and practice*. Basingstoke, Macmillan.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2011). Ortaöğretim Matematik (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) Dersi Öğretim Programı & Ortaöğretim Seçmeli Matematik (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) Dersi Öğretim Programı. Ankara. 7 Şubat 2011 tarihinde <http://ttkb.meb.gov.tr/program.aspx> adresinden alınmıştır.
- Mills, G. E. (2003). *Action research: A guide for the teacher researcher*. Second Edition. New Jersey: Pearson Education, Inc.
- Muir, T. (2010). *Using video-stimulated recall as a tool for reflecting on the teaching of mathematics*. Paper presented at the Annual Meeting of the Mathematics Education Research Group of Australasia (33rd, Freemantle, Western Australia, Jul 3-7, 2010).
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- O'Brien, J. (1993). Action research through stimulated recall. *Research in Science Education*. 23, 214- 221.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research & evaluation methods: (3rd ed.)*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Peterson, P. L., Fennema, E., Carpenter, T. P. & Loef, M. (1989). Teachers' pedagogical content beliefs in mathematics. *Cognition and Instruction*. 6(1), 1-40.
- Philipp, R. A. (2008). Motivating prospective elementary school teachers to learn mathematics by focusing upon children's mathematical thinking. *Issues in Teacher Education*. 17(2), 7-26.
- Philipp, R. A., Thanheiser, E. & Clement, L. (2002). The role of children's mathematical thinking experience in the preparation of prospective elementary school teachers. *International Journal of Educational Reform*. 37, 195-210.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand; Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*. 15(2), 4-14.
- Tataroğlu-Taşdan, B. & Çelik, A. (2014). Matematik öğretmenlerine yönelik bir mesleki gelişim programı prototipi. *NWSA-Education Sciences*. 1C0621, 9, (3), 323-340.
- Tataroğlu-Taşdan, B. & Çelik, A. (2016). A conceptual framework for examining mathematics teachers' pedagogical content knowledge in the context of supporting mathematical thinking. *European Journal of Education Studies*. 2(5), 90-120.
- Taylor, M. (2002). Action research, In Banister, P., Burman, E., Parker, I., Taylor, M. & Tindall, C. (Eds.) *Qualitative methods in psychology: a research guide*. (pp: 108- 120). Open University Press, Buckingham, Philadelphia.
- Toluk -Uçar, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: öğretimsel açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*. 2(2), 87-102.
- Türnüklü, B., E. (2005). Matematik öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgileri ile matematiksel alan bilgileri arasındaki ilişki. *Eurasian Journal of Educational Research*. 21, pp. 234- 247.

- Türnüklü, E. & Yeşildere, S. (2007). The pedagogical content knowledge in mathematics: pre- service primary mathematics teachers' perspectives in Turkey. *IUMPRST: The Journal*. Vol. 1 (content knowledge).
- Vacc, N. N. & Bright, G. W. (1999). Elementary preservice teachers' changing beliefs and instructional use of childrens' mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*. 30(1),89-110.
- Water-Adams, S. (2006). *Action research in education*. Retrieved January 3, 2012, from <http://www.edu.plymouth.ac.uk/resined/actionresearch/arhome.htm>.
- Yeşildere, S. & Akkoç, H. (2010). Matematik öğretmen adaylarının sayı örüntülerine ilişkin pedagojik alan bilgilerinin konuya özel stratejiler bağlamında incelenmesi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. 29(1), 125-149.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2006). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6.Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Zuber-Skerritt, O. (2001). Action learning and action research: Paradigm, praxis and programs. In S. Sankaran & B. Dick & R. Passfield & P. Swepson (Eds.), *Effective change management using action learning and action research: concepts, frameworks, processes, applications* (pp. 1-20). Lismore: Southern Cross University.

Extended Summary

The purpose of this study is to examine how the mathematics teachers' pedagogical content knowledge (PCK) in the context of mathematical thinking could be developed. Advancing Children's Thinking Model (Fraivillig, Murphy & Fuson, 1999) and the concept of PCK were interconnected and thus worked as the theoretical framework of the study. This study is a part of the Ph.D. dissertation conducted comprehensively. In this study, it was examined how the mathematics teachers' PCK in the context of mathematical thinking could be developed, so action research was adopted as the research model. Action research is a research approach which is used to solve a problem that the practitioners face, to enhance and facilitate a current practice (Mills, 2003), to gather the research and the practice, and to enable in reflecting research results to the practice (Yıldırım & Şimşek, 2006). The followed action research cycle in this study was like determining a problem, collecting data related to the problem and analysing data, planning an action for solving the problem, acting the plan, re-collecting data during the action, analysing the data and reflecting and planning a new action. Participants of the research were six volunteer mathematics teachers. Observations, interviews and documents were used to collect the data of the study. The collected data were analysed by using content analysis, descriptive analysis and document analysis. Action plans were prepared and implemented in the study. The starting point of this study was realizing the deficiencies of mathematics teachers' PCK using informal interviews conducted by the authors with academicians at a teacher education program and with teachers. In the literature review this feeling was justified as pre-service (Ball, 1990; Hacıömeroğlu, 2006; Kılıç, 2011; Toluk-Uçar, 2010; Türnüklü & Yeşildere, 2007; Yeşildere & Akkoç, 2010) and in-service mathematics teachers have the deficiency of PCK (Even & Tirosh, 1995; Fennema & Franke, 1992) (Determining the problem). In terms of promoting teachers to overcome this deficiency, it was decided to make an action research study. In this line, we firstly tried to determine teachers' status. To this end, teachers' views about mathematical thinking were taken and their instructions on function concept were observed by using video camera. The data were analysed (Collecting data regarding the problem and analysing data). The obtained findings made us to decide that the teachers were needed to be supported to provide their PCK development in the context of students' mathematical thinking. We thought to prepare an instructional design for mathematics teachers. (Planning an action for solving the problem). The instructional design was prepared and put into final form by using the existing literature and experts' opinions. Then, it was implemented to participants (Acting a plan). The implementation process was recorded via a video camera. When the records were evaluated, some findings came to the forefront and these findings directed us to make a new action plan. The new action plan included an informal observation of each teacher's lesson and an interview that was related to the observation. Besides stimulated recalls on function concept teaching for each teacher were planned (Planning a new action). Then this plan was conducted. Minimum one hour lesson was observed for each teacher and observation notes were taken by one of the researchers. After the lesson, an informal conversation interview was conducted. Thus, the teacher had a chance to see his/her own progress of PCK and was supported in terms of on-going deficiencies. Similarly, stimulated recalls on teaching of function concept for each participant were done. In these interviews teacher and the researcher came together and examined the lessons. While watching the analysed videos, some instances were put emphasis on. The researcher stopped the video and interviewed with the teacher

about the instance (Acting the plan). Another finding obtained from the implementation of the instructional design was the teachers' desire to see exemplary questions that could support and extend students' mathematical thinking. Hence it was thought as the next action plan to organize a meeting with the teachers for examining the exemplary questions on function concept (Planning a new action). It couldn't be possible to find an appropriate date to get all teachers together, so two similar meetings with 3-person groups were conducted. Initially, teachers tried to solve the questions; afterwards the researcher and the participants discussed about how these questions could be used and extended for their teaching (Acting the plan). After then, interviews about mathematical thinking and the observations of the participants' instructions on function concept were reconstructed. The collected data were analysed (Collecting data and analysis). Then, how to revise the action plan implemented in this study and implications for teacher training and further studies were discussed in detail (Reflecting). This study was an action research that aimed to develop the mathematics teachers' pedagogical content knowledge in the context of mathematical thinking. Action plans towards mathematics teachers' PCK development were prepared and implemented. Data collected at the beginning, during the process and after the research indicated a significant development at the mathematics teachers' PCK and the teachers' views about mathematical thinking became more comprehensive. When the action plans evaluated, it was realized that the shortness of the implementation of the instructional design and time gap between the implementation and the teaching caused some negative effects. If a similar study was conducted with pre-service teachers, the mentioned implementation could be planned differently. In this study, the participants were in-service teachers and working at different schools. This also limited the plan for the implementation. It is determined that the professional development programs are more effective when they are implemented long term (Darling-Hammond, Chung Wei, Andree, Richardson & Orphanos, 2009; Loucks-Horsley, Love, Stiles, Mundry & Hewson, 1996). Further studies may consider these limitations and may take measures for their long term professional development programs. Although there are some studies in literature regarding in-service and pre-service mathematics teachers PCK development (Cognitively Guided Instruction, Teaching to Big Ideas, Integrating Mathematics Assessment); in Turkey, only the pre-service mathematics teachers PCK development was examined (Akkaya, Akkoç, Bingölbali ve Özmantar, 2009). So, it is thought that this study could contribute to the field and especially to national literature in terms of in-service mathematics teachers' PCK development.